

# Экзамен по курсу Алгебраические поверхности 1

Декабрь 2015

- Покажите, что у любой поверхности Дель Пеццо степени 1 группа автоморфизмов нетривиальна. Найдите группу автоморфизмов общей поверхности.
  - Покажите, что у любой поверхности Дель Пеццо степени 2 группа автоморфизмов нетривиальна. Найдите группу автоморфизмов общей поверхности.
- Пусть  $S$  — поверхность Дель Пеццо степени 2, определённая над  $\mathbb{R}$ . Опишите множество её вещественных точек  $S(\mathbb{R})$  как гладкое многообразие.
- Пусть  $S$  — гладкая проективная поверхность, определённая над полем вещественных чисел  $\mathbb{R}$ .
  - Может ли множество вещественных точек  $S(\mathbb{R})$  быть гомеоморфно кренделю (ориентируемая поверхность рода  $g \geq 2$ )?
  - Если  $S$  рационально? (если не получается решить самостоятельно - см. Коммиссатти, 1914)
- Опишите все возможные бирациональные типы фактора  $K3$ -поверхности по инволюции.
- Приведите пример эллиптического расслоения на поверхности Энриквеса. Найдите его относительный якобиан.
- Приведите пример поверхности  $S$  такой что  $K_S \neq 0$ , а  $3K_S \cong 0$ .
  - Приведите пример поверхности  $S$  такой что  $2K_S \neq 0$ , а  $4K_S \cong 0$ .
  - Приведите пример поверхности  $S$  такой что  $2K_S \neq 0$  и  $3K_S \neq 0$ , но  $6K_S = 0$ .
- Докажите теорему Тзена: расслоение поверхности со слоем кривая рода 0 имеет сечение.
- Пусть  $A, B$  — абелевы поверхности. Доказать, что  $\text{Kum } A \cong \text{Kum } B$  тогда и только тогда, когда  $D^b(\text{coh}(A))$  эквивалентно  $D^b(\text{coh}(B))$ .