

PROFMAT — MA11 — PUC-Rio

25 de maio de 2013

O teste deve ser feito individualmente, sem consulta.

Todas as questões têm o mesmo valor.

1. Sejam

$$\cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}, \quad \sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}.$$

Considere a hipérbole  $x^2 - y^2 = 1$ .

(a) Mostre que para todo ponto  $(x, y)$  no ramo direito da hipérbole existe um único  $t \in \mathbb{R}$  tal que  $(x, y) = (\cosh t, \sinh t)$ .

(b) Demonstre as seguintes identidades:

$$\begin{aligned} \cosh(a + b) &= \cosh(a) \cosh(b) + \sinh(a) \sinh(b), \\ \sinh(a + b) &= \sinh(a) \cosh(b) + \cosh(a) \sinh(b). \end{aligned}$$

2. Lembre que uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é periódica com período  $T > 0$  se  $f(t + T) = f(t)$  para todo  $t \in \mathbb{R}$ . Mais geralmente,  $f$  é periódica se existir  $T > 0$  tal que  $f$  seja periódica de período  $T$ .

(a) Seja  $f_1(t) = \cos(t^3 + t)$ . Mostre que  $f_1$  não é periódica.

(b) Seja  $f_2(t) = \cos(|x|)$ . Determine se  $f_2$  é periódica.

(c) Seja  $f_2(t) = \cos(\cos(\cos(x)))$ . Determine se  $f_2$  é periódica.