



XII Olimpiada de Matemática del Cono Sur

Santiago de Chile - 4 de Julio 2001

SEGUNDO DIA

- (4) Um polígono de área S está contido no interior de um quadrado de lado a .

Demonstre que há pelo menos dois pontos do polígono que estão separados por uma distância maior ou igual a $\frac{S}{a}$.

- (5) Ache todos os números inteiros positivos m tais que

$$m + 2001 \cdot S(m) = 2m$$

onde $S(m)$ representa a soma dos algarismos de m .

- (6) Seja g uma função definida para todo inteiro positivo n , que satisfaz

i) $g(1) = 1$

ii) $g(n+1) = g(n) + 1$ ou $g(n+1) = g(n) - 1$ para todo $n \geq 1$

iii) $g(3n) = g(n)$ para todo $n \geq 1$

iv) $g(k) = 2001$ para algum inteiro positivo k .

Ache o menor valor possível de k entre todas as funções g que cumprem as condições anteriores e demonstre que é o menor.

Duração: três horas e meia.