



XII Olimpiáda de Matemática del Cono Sur

Santiago de Chile - 3 de Julio 2001

PRIMEIRO DIA

- (1) Em cada casa de um tabuleiro quadriculado 2000×2000 deve-se escrever um dos três números: -1 , 0 ou 1 . Se, em seguida, somam-se os números escritos em cada linha e cada coluna, obtêm-se 4000 resultados.

Mostre que é possível preencher o tabuleiro de modo que os 4000 resultados assim obtidos sejam todos distintos.

- (2) Tem-se uma sucessão $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ de números inteiros positivos, com as seguintes propriedades:

i) Todo número inteiro positivo aparece uma ou mais vezes na sucessão.

ii) $a_1 = 1$

iii) $a_{3n+1} = 2a_n + 1$

iv) $a_{n+1} \geq a_n$

v) $a_{2001} = 200$

Calcule o valor de a_{1000} .

- (3) Três triângulos acutângulos estão inscritos em uma mesma circunferência, de modo que seus vértices são nove pontos distintos.

Demonstre que se pode escolher um vértice de cada triângulo, de maneira que os três pontos escolhidos determinem um triângulo cujos ângulos sejam menores ou iguais a 90° .

Duração: três horas e meia.