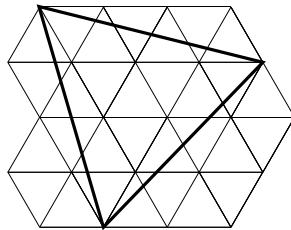


PUC-Rio  
Olimpíada Relâmpago  
Data: 17 de abril de 2009

1. Na figura abaixo, os triângulos pequenos (traçados com linha fina) são equiláteros e têm área igual a 1. Calcule a área do triângulo grande (traçado com linha grossa).



2. Numa floresta há uma espécie de sapo com indivíduos azuis e verdes; inicialmente 95% deles eram verdes. Houve uma peste e vários sapos verdes morreram mas os azuis eram imunes e nenhum morreu. Passada a peste, 80% dos sapos eram verdes. Que porcentagem da população total inicial de sapos foi morta pela peste?
3. Considere a sequência

$$0, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 3, 1, 2, 2, 3, 2, 3, 3, 4, 1, 2, 2, 3, \dots$$

definida por

$$f(0) = 0, \quad f(2n) = f(n), \quad f(2n + 1) = 1 + f(n).$$

Assim, por exemplo,  $f(11) = 3$  e  $f(15) = 4$ .

Encontre todas as soluções de  $f(n) = 10$  com  $n \leq 2009$ .

4. Arnaldo e Bernaldo disputam um torneio de cara ou coroa com uma moeda comum. Arnaldo anota a cada momento o seu saldo de vitórias, que começa em 0, sobe de 1 a cada vitória e desce de 1 a cada derrota. Se o saldo chegar a +4, o torneio termina com a vitória de Arnaldo e se o saldo chegar a -4 o torneio termina com a vitória de Bernaldo. Arnaldo acaba de vencer a primeira partida, de modo que seu saldo agora é igual a +1. Qual é a probabilidade de que ele ganhe o torneio?