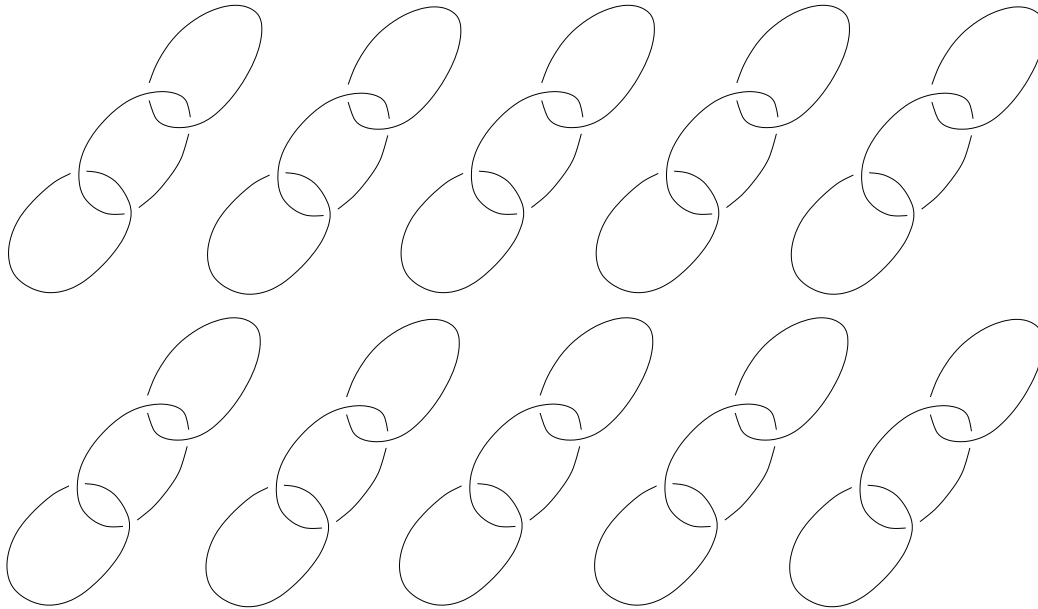


PUC-Rio
Olimpíada Relâmpago
Data: 15 de abril de 2005

1. Um serralheiro tem 10 pedaços de 3 elos de ferro cada um, mostrados abaixo. Ele quer fazer uma única corrente de 30 elos. Para abrir e depois soldar um elo o serralheiro leva 5 minutos. Quantos minutos no mínimo ele levará para fazer a corrente?



2. Um móvel tem três gavetas iguais. Em uma gaveta há duas bolas brancas, em outra há duas bolas pretas e na terceira há uma bola branca e outra preta. Abrimos uma gaveta ao acaso e tiramos uma bola ao acaso sem olhar a segunda bola que está na gaveta. A bola que tiramos é branca. Qual é a probabilidade de que a segunda bola que ficou sozinha na gaveta seja também branca?

3. Há três pessoas em um quarto, digamos A , B , C . Cada uma tem um chapéu com um inteiro positivo. Um dos três números é a soma dos outros dois (mas não se sabe qual). Cada um vê os números nos outros dois chapéus mas não vê o próprio. Os jogadores A , B , C são extremamente inteligentes. Estas informações são conhecimento comum entre A , B , C . Assim, por exemplo, A confia na inteligência de B e C .

Um juiz entra no quarto e pergunta para A se ele sabe o seu número. Ele diz que não. O juiz faz a mesma pergunta para B que também não sabe responder. Ele faz a mesma pergunta para C , que também não sabe. Mas quando o juiz volta a perguntar a A , este diz: “Meu número é 50”.

Quais são os números de B e C ?

4. A *parte inteira* $[x]$ de um número real x é o único inteiro n tal que $n \leq x < n + 1$.

Assim, por exemplo, $[2 + \sqrt{3}] = 3$ pois $2 + \sqrt{3} \approx 3,73$, $[(2 + \sqrt{3})^2] = 13$ pois $(2 + \sqrt{3})^2 \approx 13,93$, $[(2 + \sqrt{3})^3] = 51$ pois $(2 + \sqrt{3})^3 \approx 51,98$.

Prove que para todo k inteiro positivo, $[(2 + \sqrt{3})^k]$ é ímpar.