XXVI OLIMPÍADA BRASILEIRA DE MATEMÁTICA
PRIMEIRA FASE – NÍVEL 1 (5ª ou 6ª Séries)
GABARITO

GABARITO NÍVEL 1

1) B	6) B	11) D	16) B	21) D
2) E	7) A	12) B	17) C	22) E
3) A	8) B	13) D	18) E	23) B
4) B	9) C	14) C	19) A	24) C
5) D	10) C	15) A	20) A	25) D

1. **(B)** 1997 + 2004 + 2996 + 4003 = (1997 + 4003) + (2004 + 2996) = 6000 + 5000 = 11000.

2. **(E)** 17×61 é produto de dois ímpares, logo é ímpar. Os demais resultados são números pares.

3. **(A)** $2^6 + 2^6 + 2^6 + 2^6 - 4^4 = 4 \times 2^6 - 4^4 = 4 \times 4^3 - 4^4 = 4^4 - 4^4 = 0$

4. **(B)** 20% de 40 = $0{,}2 \times 40 = 8$

5. **(D)** $\dfrac{2004+2004}{2004+2004+2004} = \dfrac{2 \cdot 2004}{3 \cdot 2004} = \dfrac{2}{3}$.

6. **(B)** 57 + 31 = 88 alunos; $\dfrac{88}{2} = 44$ alunos para cada ônibus. Devem passar do primeiro para o segundo ônibus 57 – 44 = 13 alunos.

7. **(A)** $237 = 31 \times 7 + 20$. Como o resto é 20, faltam 31 – 20 = 11 unidades para a divisão por 31 ser exata. De fato 237 + 11 = 248 e $\begin{array}{r|l} 248 & 31 \\ \cline{2-2} 0 & 8 \end{array}$. Logo, ela precisa conseguir 11 balas ou 42 ou 73, etc. No mínimo, 11.

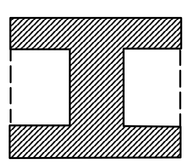
8. Há 10 metades de quadrados e 3 quadrados inteiros, ou seja 8 quadrados sombreados: $\dfrac{8}{18} = \dfrac{4}{9}$.

9. **(C)** 10,00 – 2,50 = 7,50

$\dfrac{7{,}50}{0{,}10} = \dfrac{750}{10} = 75$

$75 \times 100 = 7500$ metros = 7,5 km.

10. **(C)** Nas figuras, basta ver se nos retângulos menores a linha tracejada é metade do perímetro. Isto não ocorre na figura onde a linha tracejada é menor que a metade.



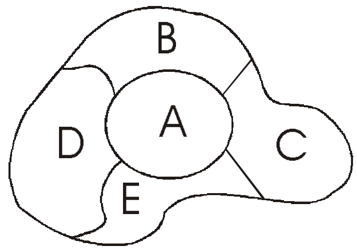
11. **(D)** Os divisores de 108 também são os quocientes da divisão de 108 por eles: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 27, 36, 54 e 108.

Temos

$\dfrac{108}{2} = 54;\ \dfrac{108}{3} = 36;\ \dfrac{108}{4} = 27;\ \dfrac{108}{6} = 18;\ \dfrac{108}{9} = 12;\ \dfrac{108}{12} = 9;\ \dfrac{108}{18} = 6;\ \dfrac{108}{27} = 4;\ \dfrac{108}{36} = 3;\ \dfrac{108}{54} = 2.$

O número de estudantes por grupo pode ser, então, 6, 9, 12 ou 18.

12. **(B)** O estado A pode ser pintado de 3 formas: verde, azul ou amarelo. Para qualquer estado vizinho, por exemplo, o estado B, temos duas possibilidades e os demais estados têm suas cores determinadas (1 possibilidade). Logo, podemos colorir o mapa de 3 × 2 = 6 formas.



13. **(D)** O número de braceletes feitos pelo artesão é

$4 \text{ horas} \times \dfrac{6 \text{ braceletes}}{20 \text{ minutos}} = 4\text{horas} \times \dfrac{18 \text{ braceletes}}{\text{hora}} = 72.$

O auxiliar produz $\dfrac{8 \text{ braceletes}}{1/2 \text{ hora}} = \dfrac{16 \text{ braceletes}}{\text{hora}}.$

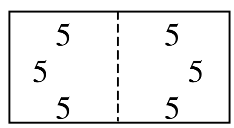
Então 72 braceletes = $16 \times \dfrac{\text{braceletes}}{\text{hora}} \cdot t \Leftrightarrow t = \dfrac{72}{16} h = 4,5$ horas.

Temos 9 horas + 4,5 horas = 13 horas 30 minutos.

14. **(C)** $1 \times 3 \times 5 \times \ldots \times 97 \times 99$ é múltiplo de 5 e é ímpar, logo termina em 5.

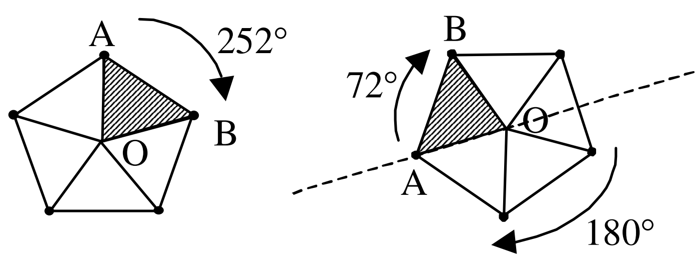
15. **(A)** O lado de cada quadrado mede 5cm.

Temos



Ou seja, o perímetro do retângulo formado é 6 × 5 = 30cm.

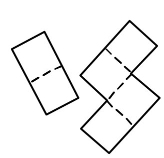
16. **(B)** Temos $252° = 180° + 72°$, sendo o ângulo central do pentágono igual a $\dfrac{760°}{5} = 72°$.



17. **(C)** Do gráfico, a porcentagem de loiros é 100% – (30% + 24% + 16%) = 30%

Temos 1200 × 30% = 1200 × 0,3 = 360

18. **(E)** Com as peças



19. **(A)** Cinco números consecutivos podem ser representados por $a - 2$, $a - 1$, a, $a + 1$ e $a + 2$ e sua soma é $(a - 2) + (a - 1) + a + (a + 1) + (a + 2) = 5a$ ou seja, um múltiplo de 5, que só pode terminar em $x = 5$, pois $x \neq 0$.

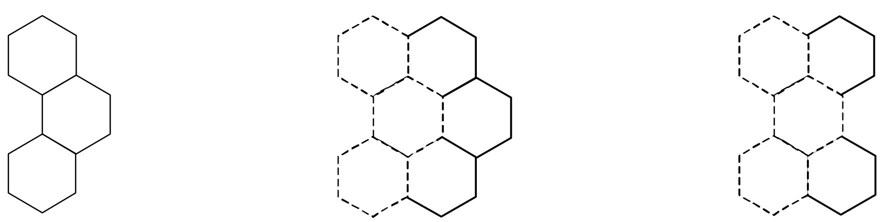
20. **(A)** As duas últimas informações podem ser reunidas no esquema abaixo:

O grampo, a moeda e a borracha estão dentro de caixas; logo a moeda está dentro da caixa vermelha.

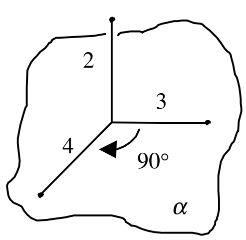
21. **(D)** Usando 1 peso, temos 3 possibilidades: 1, 3 e 10;
Colocando dois pesos num único prato, temos as seguintes possibilidades:
$1 + 3 = 4$; $1 + 10 = 11$; $3 + 10 = 13$;
Colocando três pesos num prato, pesamos
$1 + 3 + 10 = 14$;
Colocando um peso em cada prato temos:
$3 - 1 = 2$; $10 - 1 = 9$; $10 - 3 = 7$;
Colocando dois pesos num prato e um peso no outro, temos:
$10 - (1 + 3) = 6$; $(10 + 1) - 3 = 8$; $(10 + 3) - 1 = 12$
Os valores de n são: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14(treze valores)

22. **(E)** O percurso fechado ligando todas as 12 casas tem, no mínimo, 12 ruelas de ligação. Temos $23 - 12 = 11$.

23. **(B)** Começando com 3 hexágonos para obter a configuração abaixo, verificamos serem necessárias $18 - 2 = 16$ varetas, pois uma vareta pertence a dois hexágonos em duas situações. Para formar uma nova "camada, são necessárias 11 varetas (linhas cheias no desenho ao lado. Com 10 "camadas" temos 30 hexágonos.
Na última delas, devemos anexar 2 hexágonos, sendo necessárias mais 8 varetas, conforme desenho ao lado. Assim, o número total de varetas é: $16 + 9 \times 11 + 8 = 123$.

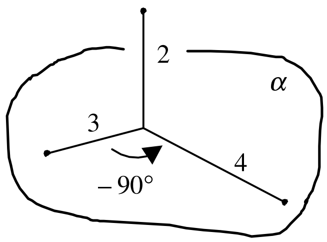


24. **(C)** Podemos representar esquematicamente a figura usando três segmentos perpendiculares dois a dois:

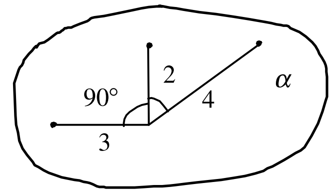


Nesse esquema, o segmento menor (2) é perpendicular ao plano α contendo os outros dois segmentos. O ângulo entre o segmento (3) e o segmento (4) é de 90° no sentido horário, neste plano esquematicamente, temos:

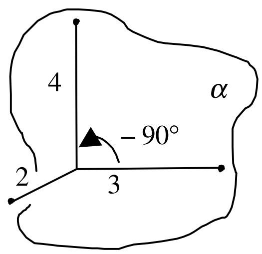
I)



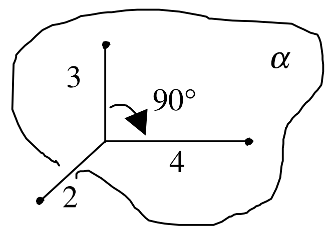
II)



III)



IV)



As figuras I) e III) não representam o objeto, pois o ângulo entre os segmentos (3) e (4) é de 90° no sentido anti-horário, no plano α.

25. **(D)** 1 real = 275×10^7 cruzados

640 reais = $640 \times 275 \times 10^7 = 176 \times 10^{10}$ cruzados = 176×10^{10} notas de 1 cz$

Mas $\dfrac{1{,}5\text{cm de altura}}{100 \text{ notas de } 1\text{cz\$}} = \dfrac{x}{176 \times 10^{10} \text{ notas de } 1\text{cz\$}}$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1{,}5 \times 176 \times 10^{10}\,\text{cm}}{10^2} = 264 \times 10^8\,\text{cm} = 264 \times 10^3\,\text{km} = 264000$ km.