P2 de Equações diferenciais e de diferenças
MAT 1154 — 2011.2
Data: 20 de outubro de 2011

Nome:______________________________ Matrícula:____________
Assinatura:___________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1a	1.0		
1b	1.0		
2	1.0		
3a	0.8		
3b	0.8		
3c	0.8		
4a	0.8		
4b	0.8		
Prova	7.0		
Teste	3.0		
Nota final	10.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- Não é permitido usar nenhum tipo de calculadora.
- Não destaque as folhas da prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta.
  Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva os problemas de valor inicial abaixo:

   (a)

$$\mathbf{y}' - A\mathbf{y} = b(t), \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix},$$

$$b(t) = \begin{pmatrix} 3\cos(t) + \operatorname{sen}(t) \\ 4\cos(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

(b)

$$y_1' = 6y_1 - y_2, \quad y_2' = 4y_1 + 6y_2, \quad y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 0.$$

2. Resolva o sistema de equações de diferenças abaixo:

$$a_{n+1} = 3a_n - b_n + 2^n, \quad b_{n+1} = a_n + b_n,$$
$$a_0 = 1, \quad b_0 = 0.$$

3. Para cada uma das curvas $\mathcal{C}$ abaixo, diga se existe uma matriz $A \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ (ou seja, real quadrada de ordem 2) e uma solução não constante $\mathbf{y}$ da equação $\mathbf{y}'(t) = A\mathbf{y}(t)$ tal que a imagem de $\mathbf{y}$ (no diagrama de fase) esteja contida em $\mathcal{C}$. Se existir dê exemplo de A e de $\mathbf{y}$; se não existir justifique a sua afirmação.

   (a) A curva $x^2 - y^3 = 0$.

   (b) A reta $x + y = 1$.

(c) A elipse $x^2 + xy + y^2 = 1$.

4. (a) Diga se existe uma equação de diferenças da forma $\mathbf{y}(n+1) = A\mathbf{y}(n)$ e uma solução $\mathbf{y}_1(n)$ satisfazendo $\mathbf{y}_1(0) = (1, 0)$, $\mathbf{y}_1(5) = (0, 2)$, $\mathbf{y}_1(10) = (4, 0)$. Se existir dê exemplo; se não existir justifique a sua afirmação.

   (b) Diga se existe uma equação de diferenças da forma $\mathbf{y}(n+1) = A\mathbf{y}(n)$ e uma solução $\mathbf{y}_2(n)$ satisfazendo $\mathbf{y}_2(0) = (1, 0)$, $\mathbf{y}_2(6) = (0, 2)$, $\mathbf{y}_2(12) = (4, 0)$. Se existir dê exemplo; se não existir justifique a sua afirmação.