Teste 1 de Equações diferenciais e de diferenças
Laboratório — Maple
MAT 1154 — 2011.2
Data: 16 de setembro de 2011 — 17:00

Nome:______________________________ Matrícula:__________
Assinatura:___________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Nota	Revisão
1	1.0		
2a	0.5		
2b	0.5		
3	1.0		
Total	3.0		

Instruções

- Mantenha seu celular desligado durante toda a prova.
- A prova pode ser resolvida a lápis, caneta azul ou preta.
  Não use caneta vermelha ou verde.
- Você **não** tem o direito de consultar anotações.
- Você pode usar qualquer versão de maple.
  Dentro do maple você pode usar qualquer biblioteca ou função.
  O uso de outros programas é permitido mas não é encorajado.
- Todas as respostas devem ser justificadas.

1. Resolva o problema de valor inicial

$$t^3y''' + 5t^2y'' + 2ty' - 2y = t,$$
$$y(1) = 0, \quad y'(1) = 1, \quad y''(1) = -1.$$

Solução:

Usando o comando

```
dsolve({t^3*(diff(y(t), t, t, t))
+5*t^2*(diff(y(t), t, t))+2*t*(diff(y(t), t))-2*y(t) = t,
y(1) = 0, (D(y))(1) = 1, (D(D(y)))(1) = -1});
```

descobrimos que

$$y(t) = \frac{13}{36}\,t + \frac{1}{6}\,\ln(t)\,t - \frac{1}{4t} - \frac{1}{9t^2}.$$

2. Considere a função $y(t)$ definida pelo problema de valor inicial abaixo:

$$y'(x) + (y(t))^3 - y(t) + t = 0, \quad y(0) = 0.$$

Diga se as afirmações são verdadeiras ou falsas; justifique usando o computador e indique o que você fez.

(a) A função $y(t)$ é definida para todo $t > 0$.

(b) A função $y(t)$ é definida para todo $t < 0$.

Solução:

Podemos fazer um esboço do campo de direções, do gráfico de $y(t)$ e de uma outra solução da equação com o comando abaixo:

```
DEplot(diff(y(t), t)+y(t)^3-y(t)+t, y(t),
t = -8 .. 8, y = -8 .. 8,
[[y(0) = 0], [y(-8) = 2]]);
```

O gráfico (no arquivo em anexo) indica que:

(a) A solução $y(t)$ está definida para todo $t > 0$. Assim, a primeira afirmação é **verdadeira**.

(b) A solução $y(t)$ não está definida para $t < -2.05$ (aproximadamente), tendendo para $-\infty$. Assim, a segunda afirmação é **falsa**.

3. Seja $y(n)$ a sequência definida por

$$y(n+2) = y(n+1) + n(n-1)\, y(n), \quad y(0) = 1, \quad y(1) = 1.$$

Encontre n_0, o menor inteiro positivo para o qual $y(n_0) > 10^9$.
Calcule $y(n_0)$.

Solução:

O comando

```
yy[0] := 1; yy[1] := 1;
for i from 0 to 20 do
yy[i+2] := yy[i+1]+i*(i-1)*yy[i];
end do;
```

calcula os valores de $y(n)$ para $0 \leq n \leq 22$. Com isso aprendemos que o primeiro termo maior do que 10^9 corresponde a $n_0 = 14$ com $y(14) = 1404728325$.