Álgebra 2

25/06/2004 — 01/07/2004

(1) Construa cinco grupos com 27 elementos (dois grupos isomorfos não contam, e você deve justificar que os exemplos não são isomorfos).

(2) Diga quantos elementos e quantas classes de conjugação tem o grupo $SL(2,13)$ (o grupo das matrizes 2×2 de determinante 1 com coeficientes no corpo finito $\mathbb{Z}/(13)$)?

(3) Diga quantos elementos e quantas classes de conjugação tem o grupo A_6 das permutações pares de um conjunto de 6 elementos.

(4) Encontre todos os grupos de ordem $595 = 5 \cdot 7 \cdot 17$, justificando sua resposta.

(5) Seja $X \subset \mathbb{R}^2$ o conjunto dos pontos da forma $av + bw$ onde $a, b \in \mathbb{Z}$, $v = (2,0)$, $w = (1, \sqrt{5})$. Defina $N : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ por $N(x,y) = x^2 - y^2$. Seja G o grupo das transformações lineares T de $\mathbb{R}^2$ em $\mathbb{R}^2$ que levam X em X e que satisfazem $N(T(u)) = N(u)$ para todo $u \in \mathbb{R}^2$. Determine qual é o grupo G.

A prova deve ser feita individualmete, com consulta livre. Todas as questões têm o mesmo valor.