

1ª prova de Matemática Discreta – 15/04/2010

Nome: _____ Turma: Jairo

1. [2 pt] Construa uma tabela verdade para a sentença abaixo

$$(q \rightarrow (p \wedge r)) \leftrightarrow (\sim q)$$

Para facilitar a correção, por favor monte sua tabela com as linhas na seguinte ordem:¹

p	q	r	$\dots$
V	V	V	$\dots$
V	V	F	$\dots$
V	F	V	$\dots$
V	F	F	$\dots$
F	V	V	$\dots$
F	V	F	$\dots$
F	F	V	$\dots$
F	F	F	$\dots$

2. [2 pt] Encontre uma proposição equivalente à proposição

$$(q \vee p) \wedge (p \rightarrow (\sim r))$$

que use somente os conectivos $\wedge$ e $\sim$ (e parênteses).

3. Sendo x e b , variáveis no domínio dos números reais, determine o valor lógico das seguintes proposições. [1 pt cada]

a) $(\forall b)(\exists x)(x^2 + bx - 1 = 0)$.

b) $(\forall b)(\exists x)(x^2 + bx - 1 \neq 0)$.

(Evidentemente, você deve justificar suas respostas.)

4. [2 pt] Prove, por indução, que $2^n > 100n$ para todo inteiro $n \geq 10$.

5. [2 pt] A sequência dos números de Fibonacci $F_1, F_2, \dots$ é definida recursivamente assim:

$$F_1 = 1, \quad F_2 = 1, \quad F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ (se } n \geq 2\text{)}.$$

Seja S_n a soma dos n primeiros números de Fibonacci. Prove, por indução, que $S_n = F_{n+2} - 1$.

¹Quem não seguir será penalizado.

1ª prova de Matemática Discreta – 15/04/2010

Nome: _____ Turma: Christine

1. [1,5 pt] Construa uma tabela verdade para a sentença

$$((p \vee q) \rightarrow r) \leftrightarrow (\sim r).$$

Para facilitar a correção, por favor monte suas tabelas com as linhas na seguinte ordem:²

p	q	r	$\dots$
V	V	V	$\dots$
V	V	F	$\dots$
V	F	V	$\dots$
V	F	F	$\dots$
F	V	V	$\dots$
F	V	F	$\dots$
F	F	V	$\dots$
F	F	F	$\dots$

2. Traduza os argumentos e justifique a sua validade ou invalidade. Para os sofismas, apresente uma combinação de valores para as proposições simples envolvidas que justifique a invalidade e para os válidos, demonstre a sua validade usando as regras de inferência e equivalências lógicas. [1,5 pt cada]

- a) Se fizer sol, vou à praia. Se chover, vou ao cinema. Não irei a praia ou não irei ao cinema. Portanto, não fará sol ou não choverá. (P : vou à praia; C : vou ao cinema; S : faz sol; H : chove.)
- b) Alguns atletas não gostam de competir. Quem gosta de desafios, gosta de competir. Logo, existem atletas que não gostam de desafios. ($A(x)$: x é atleta; $C(x)$: x gosta de competir; $D(x)$: x gosta de desafios)

3. Sendo $\{1, 2, 3\}$ o conjunto universo das variáveis x e y , determine o valor lógico das seguintes proposições. [0,5 pt cada]

- a) $(\forall x)(\forall y)(x^2 + y^2 < 12)$.
- b) $(\exists x)(\forall y)(x^2 < y^2 + 1)$.
- c) $(\forall x)(\exists y)(x^2 + 2y < 10)$.

(Evidentemente, você deve justificar suas respostas.)

4. Prove, por indução, que $3^{2n-1} + 1$ é divisível por 4 para todo inteiro $n \geq 1$. [2 pt]

5. Seja a sequência $R_0, R_1, R_2, \dots$ definida recursivamente por $R_0 = 0$, $R_1 = 1$, e $R_n = 2R_{n-1} - R_{n-2} + 2$ (para $n \geq 2$).

- a) Calcule alguns valores de R_n (pelo menos para $n \leq 5$). [0,5 pt]
- b) Chute uma fórmula fechada para R_n , e prove-a por indução. [1,5 pt]

²Quem não seguir será penalizado.