

3ª prova de Matemática Discreta – 22/06/2010

Nome: _____ Turma: Jairo.

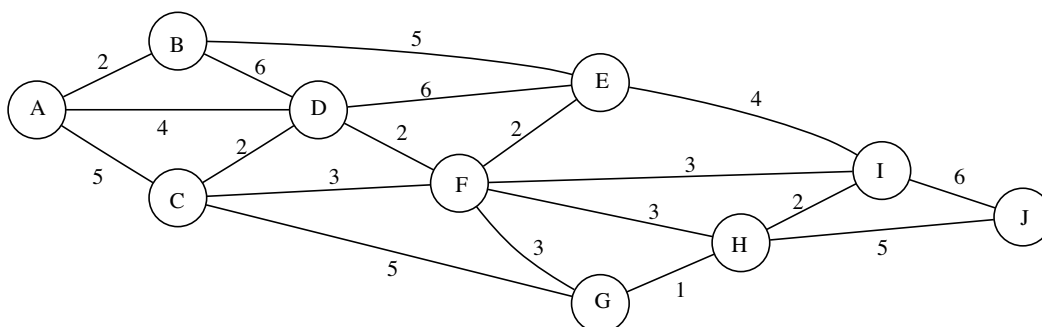
Calculadora é permitida; consulta e celular, não. Todas as questões devem ser justificadas de forma clara. As questões podem ser resolvidas a lápis, em qualquer ordem. Tempo: 1h50.

1. [1.5 pt] Determine o algarismo das unidades de 2^x , onde $x = 3^{2010}$.
2. (a) [1 pt] Faça uma tabela de inversos multiplicativos módulo 11, usando apenas os números de 0 a 10.
- (b) [1 pt] Encontre todas as soluções do sistema:

$$2x + 3y \equiv 1 \pmod{11}$$

$$x + 4y \equiv 4 \pmod{11}$$

3. [2 pt] Deseja-se comprar exatamente 1000 gramas de um produto que só é vendido em embalagens de 19 e 33 gramas. Apresente todas as possibilidades de compra deste produto (se existirem).
4. No grafo abaixo, os vértices representam cidades, as arestas representam estradas, e os números indicam os valores de pedágio:



- (a) [1 pt] Encontre uma árvore que contenha os caminhos mais econômicos da cidade A às demais cidades. Indique também quanto custa chegar em cada cidade partindo de A.
 - (b) [0.5 pt] A árvore obtida no item anterior serve como guia de trajetos mais econômicos partindo de alguma outra cidade? Qual/quais?
5. Verdadeiro ou falso? Justifique sua resposta!
- (a) [1 pt] Sejam a , b e m inteiros com $m \geq 2$. Vale $ab \equiv 0 \pmod{m}$ se e somente se $a \equiv 0 \pmod{m}$ ou $b \equiv 0 \pmod{m}$.
 - (b) [1 pt] É possível desenhar 4 árvores diferentes (não-equivalentes como grafos) sendo cada uma com 6 vértices.
 - (c) [1 pt] Seja G um grafo com pelo menos 2 vértices, e seja A a sua matriz de adjacência. Então G é conexo se e somente se existe um inteiro $n \geq 1$ tal que todas as entradas da matriz A^n são números diferentes de 0.