

3ª prova de Matemática Discreta – 22/06/2010

Nome: _____ Turma: Christine.

Calculadora é permitida; consulta e celular, não. Todas as questões devem ser justificadas de forma clara. Tempo: 1h50.

1. (a) [1 pt] Faça uma tabela de inversos multiplicativos módulo 11, usando apenas os números de 0 a 10.
- (b) [1.5 pt] Encontre todas as soluções do sistema:

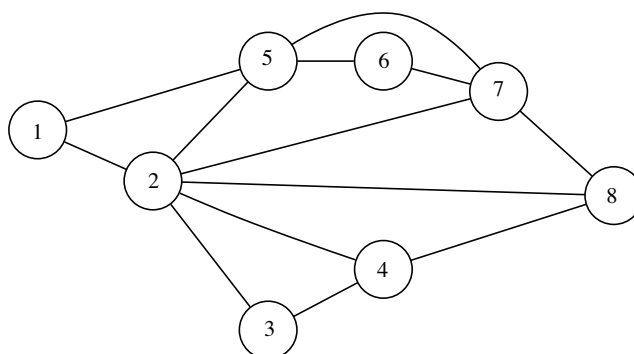
$$\begin{aligned}2x + y &\equiv 5 \pmod{11} \\3x + 4y &\equiv 4 \pmod{11}\end{aligned}$$

2. [1.5 pt] Os números de Fermat são definidos por

$$F(n) = 2^{(2^n)} + 1.$$

Determine o resto da divisão de $F(3) \cdot F(7)$ por 13.

3. Considere o grafo:



- (a) [1.5 pt] Decida se este grafo possui um ciclo euleriano ou um caminho euleriano, justificando sua resposta. Apresente o ciclo ou caminho, caso exista.
- (b) [1.5 pt] Considerando que o peso de cada aresta (x, y) é dado por $x+y$, apresente uma árvore obtida com o algoritmo de Dijkstra que represente um caminho mínimo do vértice 5 aos demais vértices. Dê o valor das “distâncias” obtidas deste vértice aos demais.
4. Verdadeiro ou falso? Justifique sua resposta!
- (a) [1 pt] Se $a \equiv b \pmod{m}$ e $a' \equiv b' \pmod{m'}$ então $aa' \equiv bb' \pmod{mm'}$.
- (b) [1 pt] Sejam a, b e m inteiros positivos. Então $a^2 \equiv b^2 \pmod{m}$ se e somente se $a \equiv b \pmod{m}$.
- (c) [1 pt] Existe um grafo simples (sem laços, sem arestas múltiplas) com 10 vértices cujos graus são 1, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 6, 7, 9.