

2ª prova de Matemática Discreta – 25/05/2010

Nome: _____ Turma: Jairo.

Calculadora é permitida; consulta e celular, não. Todas as questões devem ser justificadas de forma clara. Tempo: 1h50.

1. [2 pt] Determine o coeficiente de $x^{15}y^{10}$ na expansão de $(2x^5 + y^2/2)^8$. (Dê uma resposta numérica explícita.)
2. [2 pt] Quantas soluções possui a desigualdade

$$x + y + z \leq 10,$$

sendo x, y, z inteiros não-negativos? (Dê uma resposta numérica explícita.)

3. [2 pt] Numa cidade há cinco clubes, cada um com 10.000 sócios. Há uma única pessoa na cidade que é sócia dos cinco clubes. Mas, escolhendo-se quaisquer quatro desses clubes tem-se sempre 10 sócios em comum; escolhendo-se quaisquer três desses clubes tem-se sempre 100 sócios em comum; e, finalmente, escolhendo-se quaisquer dois desses clubes tem-se sempre 1000 sócios em comum. Qual o número total de pessoas desta cidade que são sócias de pelo menos um desses clubes? (Dê uma resposta numérica explícita.)
4. [2 pt] Uma moeda viciada tem probabilidade p de cair cara e $q = 1 - p$ de cair coroa. Essa moeda é lançada um número grande n de vezes. Suponha que np é um inteiro.
 - (a) [0,5 pt] Qual a probabilidade de que caíam exatamente np caras?
 - (b) [1,5 pt] Encontre um valor aproximado (com a expressão mais simples possível) para a probabilidade do item anterior, usando a fórmula de Stirling:

$$n! \simeq \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}.$$

5. [2 pt] Uma certa cidade tem mais de um milhão de habitantes, 1% dos quais são canhotos. Um grupo de 200 habitantes é escolhido ao acaso. Estime a probabilidade de haver 3 ou mais canhotos nesse grupo.