MAT1310 – Mát. Discreta – 2010/1 – Lista 3

Prove por indução:

a) $1 + 3 + 5 + ... + (2n-1) = n^2$, $\forall n \geq 1$

b) $1 + 2 + 3 + 4 + ... + n = \dfrac{n(n+1)}{2}$, $\forall n \geq 1$ (Números triangulares)

c) $1 + 2 + 2^2 + ... + 2^{n-1} = 2^n - 1$, $\forall n \geq 1$

d) $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = (2n^3 + 3n^2 + n)/6$, $\forall n \geq 1$ (Números piramidais)

e) $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = n^2(n+1)^2/4$, $\forall n \geq 1$

f) $1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + n.(n+1) = n(n+1)(n+2)/3$, $\forall n \geq 1$

g) $2 + 6 + 18 + ... + 2 . 3^n = 3^{n+1} - 1$, $\forall n \in \mathbf{N}$

h) $1 / 2! + 2/3! + 3 / 4! + ... + n/(n+1)! = 1 - 1/(n+1)!$, $\forall n \geq 1$

i) $1.1! + 2.2! + 3.3! + ... + n.n! = (n+1)! - 1$, $\forall n \geq 1$

j) $n < 2^n$, $\forall n \in N$

k) $2^n < n!$, $\forall n \geq 4$

l) $7^n + 2$ é divisível por 3, $\forall n \in \mathbf{N}$

m) $n^2 > n+1$ para todo $n > 1$

n) $(1+x)^n \geq 1 + nx$, $\forall x > 0$, $\forall n \in \mathbf{N}$ (Desigualdade de Bernoulli)

o) Seja $H(n) = 1 + 1/2 + 1/3 + \ldots + 1/n$. Prove que:
$H(2^n) \geq 1 + n/2$, $\forall$ inteiro $n \geq 0$. (Divergência da série harmônica)