MAT1310 – Mát. Discreta – 2010/1 – Lista 2

1) Dados os predicados P(x): x é par, Q(x): x é menor que 5, R(x): x é primo, determinar o conjunto verdade das proposições abaixo, sob o universo U = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}.

   a) $P(x) \rightarrow Q(x) \vee R(x)$
   b) $(\sim P(x) \leftrightarrow Q(x)) \wedge R(x)$

2) Sejam os predicados P(x,y): $x^2=y$ e Q(x,y): $x+y \geq 0$, onde as variáveis x e y estão no universo U = {-1,0,1}. Determine o valor lógico das sentenças axiaxo (justificando):

   a) $(\forall x)\ (\exists y)\ P(x,y)$
   b) $(\exists x)\ (\forall y)\ Q(x,y)$

3) Quais das implicações abaixo são verdadeiras? Justifique.

   i. $(\forall x)\ [P(x) \wedge Q(x)] \Longrightarrow ((\forall x)\ P(x)) \wedge ((\forall x)\ Q(x))$

   ii. $(\forall x)\ [P(x) \vee Q(x)] \Longrightarrow ((\forall x)\ P(x)) \vee ((\forall x)\ Q(x))$

   iii. $[(\forall x)(P(x) \vee \sim Q(x))] \wedge [(\forall x)(P(x) \wedge Q(x) \rightarrow R(x))] \Longrightarrow (\forall x)(Q(x) \rightarrow R(x))$

4) Traduza os argumentos e justifique a sua validade ou invalidade. Para os sofismas, apresente um conjunto universo e uma combinação de valores lógicos que justifique a invalidade e para os válidos, demonstre a sua validade usando as equivalências e regras de inferência.

   a) Alguns políticos não são honestos. Alguns sindicalistas são políticos. Logo, alguns sindicalistas não são honestos.

   b) Quem gosta de música é bom dançarino. Logo, se não há quem seja bom dançarino então existe quem não gosta de musica.

   c) Todos os estudantes são dedicados. Algumas pessoas inteligentes são estudantes. Portanto, algumas pessoas inteligentes são dedicadas.

   d) Existem momentos inesquecíveis. Logo, todos os momentos são inesquecíveis.

   e) Cão não morde. Rex mordeu. Logo, Rex não é um cão. (C(x): x é cão; M(x): x morde; r: Rex)

   f) Todos os artigos a preços reduzidos são refugos ou antiquados. Nada que é refugo vale a pena comprar. Alguns artigos a preços reduzidos são vantajosos para compra. Portanto, alguns artigos a preços reduzidos são antiquados. (A(x): x é artigo a preço reduzido; R(x): x é refugo; Q(x): x é antiquado; V(x): x vale a pena comprar)

g) Existem artigos a preços reduzidos que são refugos. Existem artigos a preços reduzidos que vale a pena comprar. Logo, existem refugos que vale a pena comprar.

5) Considerando verdadeiro que: “Nenhum surfista é estudioso” e “Algum informático é estudioso”. Pode-se corretamente concluir que:

i. Todo informático é surfista.
ii. Todo informático não é surfista.
iii. Algum informático é surfista.
iv. Algum informático não é surfista.
v. Nenhum informático é surfista.

Demonstre a sua solução.

6) Sejam dados os predicados a seguir no domínio de todos os carros.
F(x) = “x é rápido”.
S(x) = “x é esportivo”.
E(x) = “x é caro”.
A(x, y) = “x é mais seguro que y”.

(a) Escreva as sentenças seguintes usando lógica de predicados.
i. Todos os carros esportivos são rápidos.
ii. Existem carros rápidos que não são esportivos.
iii. Todo carro esportivo é caro.

(b) Escreva a seguinte sentença de lógica de predicados usando um português cotidiano. Não traduza somente palavra por palavra; sua sentença deve fazer sentido.

$$(\forall x)(S(x) \rightarrow (\exists y)(E(y) \wedge A(y,x))]$$

(c) Negue formalmente a sentença da parte (b). Simplifique a sua negação de forma que não restem quantificadores dentro do escopo de uma negação. Diga quais regras de derivação forma usadas.

(d) Dê a tradução da sua sentença negada usando um português cotidiano.

7) Prove, caso seja verdadeira ou exiba um contra-exemplo caso seja falsa as afirmações a seguir:

a) A soma de dois inteiros ímpares é um inteiro par.

b) O produto de dois inteiros ímpares é um inteiro ímpar.

c) Se a soma de dois números é um irracional então pelo menos um deles é irracional.

d) Um número é múltiplo de 3 se e só se seu quadrado for múltiplo de 3.

e) $\sqrt{3}$ é um número irracional.

f) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ é um número irracional. (Sugestão: Use que $\sqrt{6}$ é irracional)

g) A soma de dois número irracionais é um irracional.

h) O produto de dois irracionais é um irracional.

i) A soma de dois números primos é um número primo.

j) Se o cubo de um número é múltiplo de 2 então este número é múltiplo de 2.

k) Todo inteiro múltiplo de 9 é múltiplo de 3.

l) A soma de três inteiros consecutivos é um inteiro múltiplo de 3

8) Prove ou dê contra-exemplo:

Para todas as sequências de números reais $x_1, x_2, x_3, \ldots$, se $x_1 < x_2 < x_3 < \ldots$ então existe algum $x_n$ que é positivo.