

1ª lista de Matemática Discreta 2010/1

1. Sejam dadas as seguintes sentenças:

p = “Você está em Seul”.

q = “Você está em Gwangju”.

r = “Você está na Coreia do Sul”.

- a) Traduza a sentença seguinte para símbolos de lógica formal: Se você não está na Coreia do Sul, então você não está em Seul ou em Gwangju.
- b) Traduza a seguinte sentença formal para o português comum:

$$q \rightarrow (r \wedge (\sim p)).$$

2. Sejam dadas as seguintes sentenças:

p = “Amauri está com fome”.

q = “A geladeira está vazia”.

r = “Amauri está zangado”.

- a) Use os conectivos para traduzir a sentença seguinte para lógica formal: Se Amauri está com fome e a geladeira está vazia, então Amauri está zangado.
- b) Construa a tabela verdade para a sentença acima.
- c) Suponha que a sentença dada em (a) seja verdadeira, e suponha também que Amauri não está zangado e a geladeira está vazia. Amauri está com fome? Justifique sua resposta usando a tabela verdade.

3. Construa a tabela verdade da proposição $(p \leftrightarrow q) \vee ((p \rightarrow (\sim r)) \wedge q)$.

4. Use tabelas verdade para mostrar que $(a \vee b) \wedge (\sim(a \wedge b))$ é logicamente equivalente a $a \leftrightarrow (\sim b)$. (Esta disposição de valores V/F às vezes é de *ou exclusivo* de a e b .)

5. O conectivo *seta de Pierce* (também chamado *nem*) $\downarrow$ é definido pela tabela abaixo:

p	q	$p \downarrow q$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

- a) Construindo a tabela verdade, mostre que $p \downarrow q \Leftrightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$.
- b) Agora, simplifique ao máximo, usando as equivalências, sem construir a tabela verdade:
- $p \downarrow p$
 - $(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$
 - $(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$
- 6.** Use tabelas verdade para provar as seguintes *propriedades distributivas* para lógica proposicional:
- $p \wedge (q \vee r)$ é logicamente equivalente a $(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$.
 - $p \vee (q \wedge r)$ é logicamente equivalente a $(p \vee q) \wedge (p \vee r)$.
- 7.** Se p e q são sentenças, dizemos que p é *mais forte que* q se $p \Rightarrow q$. Qual é a sentença mais forte? Explique.
- Manchester United é o melhor time de futebol da Inglaterra.
 - Manchester United é o melhor time de futebol da Europa.
- 8.** Responda, justificando:
- Sabendo que o valor lógico de r é F , determine, se possível, o valor lógico de $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim r)$.
 - Sabendo que o valor lógico de q é V , determine, se possível, o valor lógico de $(q \vee (p \wedge (\sim p))) \leftrightarrow (\sim q)$.
- 9.** Substitua X por uma proposição composta de modo que a proposição abaixo seja uma contradição:
- $$((p \vee X) \leftrightarrow (q \rightarrow X)) \rightarrow ((\sim X) \wedge q)$$
- 10.** Sabendo que os valores lógicos das proposições p e q são respectivamente F e V , determine o valor lógico da proposição
- $$p \wedge ((\sim q) \rightarrow p) \wedge \sim((p \rightarrow (\sim q)) \rightarrow (q \vee (\sim p)))$$
- 11.** Sabendo que $((q \vee s) \rightarrow r) \wedge (p \vee q) \wedge (\sim r)$ é V , determine, se possível, o valor lógico de $p \wedge s$.
- 12.** É possível encontrar uma proposição composta X de modo que a proposição $(p \vee (\sim q)) \vee (q \rightarrow X)$ seja uma tautologia? Se possível, encontre-a. Caso contrário, justifique.

13. Usando as equivalências lógicas, encontre uma proposição equivalente a proposição $p \vee ((\sim q \wedge r) \rightarrow p)$ que use somente os conectivos $\wedge$ e $\sim$.

14. Considere a implicação:

$$\left. \begin{array}{l} p \wedge (q \vee r) \\ \sim(p \wedge q) \end{array} \right\} \Rightarrow p \wedge r$$

A tabela abaixo contém uma demonstração desta implicação. Complete a coluna das justificativas, indicando em cada passo que regra de equivalência ou inferência foi usada, e a qual (quais) passo(s) ela se refere.

Passo	Proposições	Justificativas
1	$p \wedge (q \vee r)$	dada
2	$\sim(p \wedge q)$	dada
3	$(\sim p) \vee (\sim q)$	de Morgan em 2
4	$(\sim q) \vee (\sim p)$	
5	$q \rightarrow (\sim p)$	
6	p	
7	$\sim(\sim p)$	
8	$\sim q$	
9	$q \vee r$	
10	$r \vee q$	
11	$(\sim(\sim r)) \vee q$	
12	$(\sim r) \rightarrow q$	
13	$\sim(\sim r)$	
14	r	
15	$p \wedge r$	

15. Prove usando as regras de equivalência e inferência:

a)

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow (\sim B) \\ (\sim C) \rightarrow A \\ B \end{array} \right\} \Rightarrow C$$

b)

$$\left. \begin{array}{l} P \vee Q \rightarrow R \\ R \rightarrow (S \vee T) \\ T \rightarrow U \\ (\sim S) \wedge (\sim U) \end{array} \right\} \Rightarrow \sim P$$