

1ª Lista de Matemática Discreta 2010/1 - GABARITO

1. a) **Resposta:** " $\sim r \rightarrow (p \wedge q)$ "

Do enunciado, a negação de cada uma das proposições (p,q,r) fica:

$\sim p$ = "Você NÃO está em Seul"

$\sim q$ = "Você NÃO está em Gwangju"

$\sim r$ = "Você NÃO está na Coréia do Sul"

Lembrando que dizer "Você não está no *lugar A* ou no *lugar B*" é o mesmo que dizer "Você não está no *lugar A* e não está no *lugar B*", a sentença fica:

"Se $\sim r$, então $\sim p$ e $\sim q$ ",

ou seja,

" $\sim r \rightarrow (\sim p) \wedge (\sim q)$ "

- b) **Resposta:** "Se voce está em Seul, você está na Coréia do Sul e não está em Gwangju"

Lembrando que " $A \rightarrow B$ " é "Se A, então B", temos

" Se q , então r e $\sim p$ ",

ou seja,

"Se voce está em Seul, então você está na Coréia do Sul e não está em Gwangju"

2. a) **Resposta:** " $(p \wedge q) \rightarrow r$ "

Análogo ao item [1a]:

"Se p e q , então r ",

ou seja,

" $(p \wedge q) \rightarrow r$ "

- b) Tabela verdade de " $(p \wedge q) \rightarrow r$ "

p	q	r	$p \wedge q$	$p \wedge q \rightarrow r$
V	V	V	V	V
V	V	F	V	F
V	F	V	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	V	F	F	V
F	F	V	F	V
F	F	F	F	V

c) Sabemos que:

[1] " $(p \wedge q) \rightarrow r$ " é V ; [2] " q " é V ; [3] " r " é F

Queremos saber se " p " é V ou F. Para isso, basta olharmos a linha da tabela que satisfaz [1],[2] e [3] simultaneamente. **Nesse caso, o valor de " p " é F, ou seja, Amauri NÃO está com fome.**

3. Para simplificar,

$A = p \leftrightarrow q$; $B = p \rightarrow (\sim r)$; $C = B \wedge q$

p	q	r	$\sim r$	$p \leftrightarrow q (=A)$	$p \rightarrow (\sim r) (=B)$	$B \wedge q (=C)$	$A \vee C$
V	V	V	F	V	F	F	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	F	F
F	V	V	F	F	V	V	V
F	V	F	V	F	V	V	V
F	F	V	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	F	V

4. Basta fazer a tabela verdade das duas proposições e avaliar se, para quaisquer valores de " a " e de " b ", o valor delas é o mesmo.

5. a) A sentença é do tipo $A \leftrightarrow B$. Para provar que ela é verdadeira através da tabela, verifique se:

[1] todo valor de **p** e de **q** que torna **A** falso também torna **B** falso

[2] todo valor de **p** e de **q** que torna **A** verdadeiro também torna **B** verdadeiro

b)

(i) Por [5a], $p \downarrow p = (\sim p) \wedge (\sim p) = \sim p$

(ii) Por [i], $(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q) = (\sim p) \downarrow (\sim q)$

Por [5a], $(\sim p) \downarrow (\sim q) = (\sim(\sim p)) \wedge (\sim(\sim q)) = p \wedge q$

(iii) O desenvolvimento é análogo. Resposta: **$p \vee q$**

Obs.: a *flecha de Peirce* é capaz de formar qualquer sentença da lógica que estamos estudando (a lógica proposicional) sem o auxílio de nenhum outro operador lógico ($\rightarrow$, $\leftarrow$, $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\leftrightarrow$).

*Desafio: prove que nenhum dos operadores lógicos ($\rightarrow$, $\leftarrow$, $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\leftrightarrow$) é capaz de representar todos os outros.

*Pesquise sobre a barra de Sheffer

6, 7. Sem gabarito (tem resposta, só não está no gabarito)

8. a) **Resposta: Verdadeiro**

Se r é F, então $\sim r$ é V. A expressão então é da forma $A \rightarrow V$ (V representa uma proposição verdadeira), que é sempre verdade.

b) **Resposta: Falso**

Seja $A = p \wedge (\sim p)$. Então a expressão fica $q \vee A \leftrightarrow (\sim q)$. Como q é V, o lado esquerdo é V e o lado direito é F. Temos portanto $V \leftrightarrow F$, que é falso.

9. Resposta: “ $p \vee (\sim p)$ ”

Queremos que $A \rightarrow B$ seja F sempre, de onde A é V, B é F. Nesses casos, muitas vezes é suficiente avaliar se basta que X seja uma tautologia (sempre verdadeiro) ou uma contradição (sempre falso).

(i) Se X = contradição,

$$[(p \vee F) \leftrightarrow (q \rightarrow F)] \rightarrow ((\sim F) \wedge q) =$$
$$= [(p \vee F) \leftrightarrow V] \rightarrow F$$

Para $p = V$, a expressão é F.

Para $p = F$, a expressão é V.

Então X = contradição não garante que a proposição original seja contradição

(ii) Se X = tautologia,

$$[(p \vee V) \leftrightarrow (q \rightarrow V)] \rightarrow ((\sim V) \wedge q) =$$
$$= [V \leftrightarrow V] \rightarrow F =$$

$$= V \rightarrow F =$$

$$= F$$

Então X = tautologia é solução.

Assim, uma possível solução é “ $p \vee (\sim p)$ ”, que é uma tautologia famosa, conhecida por "princípio do terceiro excluído", que consiste na afirmação de que toda proposição é falsa ou verdadeira - isto é, não pode admitir um terceiro valor.

10. Basta substituir cada afirmação (p,q) por seu valor lógico.

11. Resposta: “ $p \vee (\sim p)$ ”

Se “ $A \wedge B \wedge C$ ” é V, então A é V, B é V, C é V. Daí,

$$[1] (q \vee s) \rightarrow r \text{ é V} \quad ; \quad [2] (p \vee q) \text{ é V} \quad ; \quad [3] \sim r \text{ é V}$$

(i) De [3], r é F

(ii) De (i) e [1], $(q \vee s)$ é F, donde q é F e s é F

Daí, não importa o valor de p , “ $p \wedge s$ ” é F, pois s é F.