GEOMETRIA HIPERBÓLICA -2000.2–Lista1

Professor: Ricardo Sá Earp

PARTE A

1) Discuta a relação entre aplicações conformes (*preservam ângulos e orientações*) e funções holomorfas.
2) Defina e discuta as propriedades da inversão com respeito a um círculo.
3) Classifique todas as transformações conformes que preservam a esfera de Riemann $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$. Idem para o plano complexo $\mathbb{C}$.
4) Mostre diretamente que as seguintes transformações são isometrias de $\mathbb{H}^2$. Identifique as que são positivas.
   a) Translações Euclideanas horizontais.
   b) Homotetias com centro em $\partial_\infty \mathbb{H}^2$ que preservam $\mathbb{H}^2$.
   c) Inversões com respeito à semi-círculos com centro em $\partial_\infty \mathbb{H}^2$.
5) Dê a definição de área e calcule a curvatura de Gauss de $\mathbb{H}^2$ usando as fórmulas da Geometria. Enuncie o teorema de Gauss Bonnet e mostre que não existem duas geodésicas distintas ligando dois pontos p e q de $\mathbb{H}^2$. Mostre que este fato não é verdade para uma superfície em geral.
6) Mostre que os 4 primeiros axiomas de Euclides são verificados, mas o quinto não é verificado em $\mathbb{H}^2$.
7) Faça os exercícios de §1 da ref. 4.
8) Faça os exercícios de §2 da ref 4.

BIBLIOGRAFIA

1. J. L. Barbosa, R. Sá Earp *Geometric methods and nonlinear analysis.* X Escola de Geometria Diferencial, UFMG, 20 à 24 de julho de 1998.
2. M. P. do Carmo *Geometria Riemanniana.* Projeto Euclides, 1998.
3. N. J. Hicks *Notes on differential geometry* . Van Nostrand, 1965.

4. R. Sá Earp, E. Toubiana *Introduction à la géométrie hyperbolique et aux surfaces de Riemann*. Diderot multimedia, 1997.

5. M. Spivak. *A comprehensive introduction to differential geometry* , second edition. Publish or Perish, 1979.