

Prova tipo B

P4 de Álgebra Linear I – 2003.2

Data: 1 de dezembro de 2003.

Horário: 17:05 – 18:55.

Nome: _____ Matrícula: _____

Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	0.5		
1b	0.5		
1c	0.5		
1d	0.5		
2a	1.0		
2b	1.0		
2c	0.5		
2d	0.5		
3a	1.0		
3b	1.0		
4	1.0		
5	1.0		
6	1.0		
Total	10.0		

Instruções:

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado. Escreva de forma clara e legível.
- É proibido desgrampear a prova e as folhas de rascunho. Prova com folhas faltando ou rasuradas terá nota zero.
- V. somente deverá entregar este caderno com as respostas. Faça os cálculos nas folhas de rascunho.

Revisão: Terça-feira, (2-12-03), sala e horário de aula

1) Considere o ponto $P = (0, 1, 2)$, a reta r de equação paramétrica

$$r: (1 + t, 1 + 2t, 2 - 3t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Escreva r como interseção de dois planos (equação cartesiana) ρ e α , ρ paralelo ao eixo \mathbb{X} e α paralelo ao eixo \mathbb{Y} .

b) Determine a equação cartesiana do plano τ que contém a reta r e o ponto P .

c) Encontre, caso exista, o ponto R de interseção da reta r acima e da reta

$$r': (t, -1 + 2t, 1 - t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Caso o ponto não exista escreva *as retas são reversas*.

d) Calcule a distância d entre o ponto P e a reta r .

Respostas:

a)

$\rho:$

$\alpha:$

b)

$\tau:$

c)

$R =$

d)

$d =$

2) Considere a base

$$\beta = \{u_1 = (1, 1, 1); u_2 = (0, 1, 1); u_3 = (1, 1, 0)\}$$

de \mathbb{R}^3 e a transformação linear T ,

$$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

definida como segue: dado um vetor w da forma

$$w = a u_1 + b u_2 + c u_3$$

temos

$$T(w) = (a + 2b + 3c) u_2.$$

- a) Determine (explicitamente) a matriz $[T]_\beta$ de T na base β .
- b) Determine (explicitamente) a matriz $[T]_\epsilon$ de T na base canônica.
- c) Determine (explicitamente) a matriz $[M]$ de mudança de base da base β à base canônica.
- d) Considere agora o plano $\pi: x + y + z = 0$ e a base ξ do plano π

$$\xi = \{(1, 2, -3); (2, -1, -1)\}.$$

Determine as coordenadas $(w)_\xi$ do vetor $w = (7, 4, -11)$ na base ξ .

Respostas:

2.a)

$$[T]_\beta = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

2.b)

$$[T]_{\epsilon} = \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)$$

2.c)

$$[M] = \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)$$

2.d)

$$(w)_{\xi} =$$

3) Considere a projeção P no plano π

$$\pi: x - y + 2z = 0$$

na direção do vetor v

$$v = (1, 1, -1).$$

a) Determine a matriz $[P]$ da projeção P na base canônica.

b) Encontre uma base β de \mathbb{R}^3 tal que a matriz $[P]_\beta$ na base β seja

$$[P]_\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Respostas:

3.a)

$$[P] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

3.b)

$$\beta = \{ \quad \quad \quad \}$$

4) Considere a matriz

$$M = \begin{pmatrix} 3 & a & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Escolha qual das afirmações a seguir é verdadeira para que a matriz M não seja diagonalizável.

Marque com caneta no quadro abaixo sua resposta

Atenção: Use “não sei” caso você não saiba a resposta. Resposta errada vale -0.2 pontos.

$b = 2$ e $a = 1$	
$b = 3$ e $a = 1$	
$b = 2$ e $a = 2$	
$b = 0$ e a qualquer número real	
nenhuma, M é sempre diagonalizável	
todas as afirmações anteriores são falsas	
não sei	

5) Seja $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ uma transformação linear tal que a matriz $[T]_{\epsilon}$ de T na base canônica é simétrica. Sabendo que

- $T(1, -1, -1) = (3, -3, -3)$,
- todo vetor não nulo do plano $x - y - z = 0$ é um autovetor,
- o determinante de $[T]_{\epsilon}$ é 12, e
- o traço de $[T]_{\epsilon}$ é negativo.

Determine os autovalores de T com suas multiplicidades.

Resposta:

autovalores:

6) Considere a transformação linear T cuja matriz $[T]$ na base canônica é o produto das matrizes

$$[T] = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} \\ 0 & \frac{-2}{\sqrt{6}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{6}} & \frac{-1}{\sqrt{6}} & \frac{-2}{\sqrt{6}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{-1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}.$$

Escolha qual das afirmações a seguir é a verdadeira.

A transformação linear T é:

- (a) O espelhamento no plano $x + y = 0$.
- (b) A projeção ortogonal no plano $x + y = 0$.
- (c) A projeção ortogonal no plano $x - y + z = 0$ seguida do espelhamento no plano $x - y - 2z = 0$.
- (d) A projeção ortogonal no plano $x - y + z = 0$ seguido de de espelhamento no plano $x + z = 0$.
- (e) A projeção ortogonal no plano $x - y + z = 0$ seguido de de espelhamento no mesmo plano $x - y + z = 0$.
- (f) A projeção ortogonal no plano $x + y = 0$ seguida do espelhamento no plano $x - y - 2z = 0$.
- (g) A projeção ortogonal no plano $x + y = 0$ seguida do espelhamento no plano $x - y + z = 0$.
- (h) A projeção ortogonal no plano $x + y = 0$ seguida do espelhamento no mesmo plano $x + y = 0$.
- (i) A projeção ortogonal no plano $x - y - 2z = 0$ seguida do espelhamento no mesmo plano $x - y - 2z = 0$.
- (j) A projeção ortogonal no plano $x - y - 2z = 0$ seguido de de espelhamento no plano $x + y = 0$.

