# P4 de Álgebra Linear I – 2005.2

Data: 28 de novembro de 2005.

Início: 17h:05min        Fim: 18h:55min

Nome:______________________________ Matrícula:__________

Assinatura:__________________________ Turma:__________

| Questão | Valor | Nota | Revis. |
|---|---|---|---|
| 1a | 0.5 | | |
| 1b | 1.0 | | |
| 1c | 1.0 | | |
| 2a | 0.5 | | |
| 2b | 1.0 | | |
| 2c | 1.0 | | |
| 2d | 1.0 | | |
| 2e | 1.0 | | |
| 2f | 1.0 | | |
| 3 | 2.0 | | |
| Total | 10.0 | | |

## Instruções:

- **Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado. Escreva de forma clara e legível.**
- **É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando ou rasuradas terá nota zero.**
- **Justifique cuidadosamente todas as respostas de forma completa, ordenada e coerente.**
- **Faça a prova na sua turma.**

**1)** Considere o conjunto de vetores

$$\gamma = \{(1,1,0),(1,0,1),(0,1,1),(0,1,0)\}.$$

**1.a)** Obtenha uma base $\beta$ de $\mathbb{R}^3$ formada por vetores do conjunto $\gamma$.

**1.b)** Determine explicitamente a matriz $M$ de mudança de base da base canônica à base $\beta$.

**1.c)** Considere uma base $\eta$ de $\mathbb{R}^3$

$$\eta = \{(1,0,1),(1,1,1),(a,b,c)\}.$$

Sabendo que as coordenadas do vetor $v = (1,2,3)$ na base $\eta$ são

$$(v)_\eta = (1,1,1)$$

determine o vetor $(a,b,c)$.

---

**Resposta:**

**2)** Considere a transformação linear

$$A\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$

que verifica

$$A(1,1,1) = (1,0,1), \quad A(1,0,1) = (1,1,1), \quad A(0,1,1) = (1,0,1).$$

**2.a)** Estude se a matriz de $A$ na base canônica é ortogonal.

**2.b)** Determine a matriz de $A$ na base canônica.

**2.c)** Determine um autovalor $\lambda$ de $A$ e um autovetor de $A$ associado a $\lambda$.

**2.d)** Determine a equação cartesiana do conjunto imagem de $A$.

**2.e)** Determine o conjunto de vetores $v$ de $\mathbb{R}^3$ que verificam

$$A(v) = (2,1,2).$$

**2.f)** Encontre uma base $\eta$ onde a matriz de $A$ seja da forma

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

---

**Resposta:**

**3)** Considere a matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determine **explicitamente** matrizes $P$, $P^{-1}$ e $D$ que verificam

$$M = P\,D\,P^{-1},$$

onde $P$ é ortogonal e $D$ é diagonal.

---

**Resposta:**