

Instruções – leia atentamente

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- Verifique, revise e confira cuidadosamente suas respostas e resoluções.
- Escreva de forma clara, ordenada e legível.
- Somente serão aceitas respostas devidamente JUSTIFICADAS.

Respostas a lápis não serão corrigidas e terão nota ZERO.

Questão 1)

Considere a transformação linear $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ cuja matriz na base canônica é:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$

Sabendo que $\lambda = 1$ é autovalor de A :

- Ache todos os autovalores de A , indicando multiplicidades.
- Ache todos os autovetores de A , associados a cada autovalor.
- É A diagonalizável? Justifique.
- Ache a matriz de T na base $\beta = \{(1, 1, 2), (1, 0, 2), (0, 0, 1)\}$.

Respostas:

(a)

(b)

(c)

(d)

$[T]_{\beta} =$

Resolução:

Questão 2)

Considere a matriz

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 6 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Determine todos os autovalores de B .
- (b) Determine uma base ortonormal de autovetores para B .
- (c) Determine uma forma diagonal D de B e uma matriz ortogonal M tal que $B = MDM^t$.

Respostas:

(a)

(b)

(c)

$$D = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

Resolução:

Questão 3)

Decida se as afirmações a seguir são Verdadeiras ou Falsas.

a) Considere a transformação linear cuja matriz na base canônica é

$$[T]_{can} = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix}.$$

Sabendo que os autovalores são 0 (duplo) e 1 (simples), então segue que T é projeção ortogonal sobre o plano de equação $x + y + z = 0$.

b) Sejam λ_1 e λ_2 autovalores distintos e não-nulos de uma transformação linear $T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, com autovetores respectivos \vec{v}_1 e \vec{v}_2 . Então o conjunto $\{T(\vec{v}_1), T(\vec{v}_2)\}$ é L.I.

c) Toda matriz ortogonal possui autovalores 1 e -1 .

Respostas:

(a)

(b)

(c)

Resolução: