P3 de Álgebra Linear I – 2005.2

Data: 21 de novembro de 2005.

Início: 17h:05min   Fim: 18h:55min

Nome:____________________ Matrícula:________
Assinatura:____________________ Turma:________

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	2.0		
1b	1.0		
2a	1.0		
2b	1.0		
2c	1.0		
2d	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
3c	1.0		
Total	10.0		

Instruções:

- **Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado. Escreva de forma clara e legível.**
- **É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando ou rasuradas terá nota zero.**
- **Justifique cuidadosamente todas as respostas de forma completa, ordenada e coerente.**
- **Faça a prova na sua turma.**

1)

(1.a) Considere a matriz

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Sabendo que $(1, 1, 1)$ é um autovetor de M e que 1 é um autovalor de M, escreva M na forma

$$M = P\,D\,P^{-1},$$

onde D é uma matriz diagonal.

(1.b) Considere a matriz

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determine uma forma diagonal C de Q.

Resposta:

2) Considere as matrizes

$$E = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 & e \\ b & 1/3 & f \\ c & d & g \end{pmatrix}, \qquad F = \begin{pmatrix} -1/3 & 2/3 & q \\ m & 1/3 & r \\ n & p & s \end{pmatrix}.$$

(2.a) Ache b, c, d, e, f e g para que E represente na base canônica um espelhamento (ortogonal) em relação a um plano.

(2.b) Determine a equação cartesiana do plano de espelhamento do item (2.a).

(2.c) Ache m, n, p, q, r e s para que F represente na base canônica uma rotação.

(2.d) Determine $\cos(\varphi)$, onde φ é o ângulo da rotação do item (2.c).

Resposta:

3) Considere os vetores

$$v_1 = (1,1,0), \quad v_2 = (1,0,1), \quad v_3 = (0,1,1),$$

a base

$$\beta = \{v_1, v_2, v_3\}$$

e a transformação linear

$$T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad T(v) = (v \cdot v_1)\, v_1 + (v \cdot v_2)\, v_2.$$

(3.a) Determine a matriz da transformação linear T na base β.

(3.b) Determine explicitamente a matriz N de mudança de base da base canônica à base β.

(3.c) Determine uma forma diagonal de T.

Resposta: