

Prova tipo B

P2 de Álgebra Linear I – 2003.2

Data: 13 de outubro de 2003

Nome: _____ Matrícula: _____
Assinatura: _____ Turma: _____

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	0.5		
1b	1.0		
1c	0.5		
1d	0.5		
2a	1.0		
2b	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
3c	1.0		
4a	0.5		
4b	1.0		
5	1.0		
Total	10.0		

1) Considere os vetores

$$\begin{aligned} v_1 &= (2, 0, -1), & v_2 &= (1, -1, -2), & v_3 &= (3, 1, 0), \\ v_4 &= (7, 3, 1), & v_5 &= (8, 4, 2), & v_6 &= (1, 1, a). \end{aligned}$$

1.a) Determine o valor de a no vetor v_6 para que os vetores v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 e v_6 gerem exatamente um plano (e não \mathbb{R}^3).

1.b) Considere a base

$$\beta = \{(1, 2, 2), (0, 1, 1), (1, 1, 0)\}$$

de \mathbb{R}^3 . Considere o vetor v cujas coordenadas na base canônica são $(3, 4, 3)$. Determine as coordenadas de v na base β .

1.c) Encontre uma base $\alpha = \{u_1, u_2, u_3\}$ tal que o vetor $v = (3, 1, 2)$ tenha coordenadas $(1, 1, 0)$ na base α .

1.d) Considere o plano $\pi: x + 2y - z = 0$ e a base $\gamma = \{(1, 0, 1), (0, 1, 2)\}$ de π . Dado o vetor $v = (3, -2, -1)$ do plano π , encontre as coordenadas de v na base γ .

Respostas:

a)

$$a =$$

b)

$$(v)_\beta =$$

c)

$$\alpha =$$

d)

$$(v)_\gamma =$$

2)

a) Seja w um vetor de \mathbb{R}^3 e $M: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ a transformação linear dada por

$$M(u) = u \times w.$$

Sabendo que a matriz de M é

$$[M] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Determine o vetor w .

b) Considere agora o vetor $u = (1, 1, 2)$ e a transformação linear

$$T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

definida por

$$T(v) = v \times u.$$

Determine a matriz $[T]$ de T .

Respostas:

a)

$$w =$$

b)

$$[T] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

3)

(a) Determine a matriz $[P_{\pi, \mathbf{i}}]$ da projeção $P_{\pi, \mathbf{i}}$ no plano $\pi: x - y + z = 0$ na direção do vetor $\mathbf{i} = (1, 0, 0)$.

(b) Considere a matriz

$$[P_{\rho, w}] = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 & 1/2 \\ -1/2 & 1 & 1/2 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \end{pmatrix},$$

Sabendo que esta matriz representa uma projeção em um plano ρ (contendo a origem) na direção de um vetor w , determine ρ e w .

(c) Sabendo que a matriz

$$[P] = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ -1 & -1 & c \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

representa uma projeção em uma reta, determine \mathbf{a} , \mathbf{b} , e \mathbf{c} .

Respostas:

a)

$$[P_{\pi, \mathbf{i}}] = \begin{pmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$$

b)

$$\rho: \quad w =$$

c)

$$a = \quad b = \quad c =$$

4)

- a) Escreva a matriz $[R]$ da rotação $R: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ de ângulo 60 graus no sentido anti-horário.
- b) Considere os pontos $A = (1, 2)$ e $B = (2, 3)$ de \mathbb{R}^2 . Determine um ponto C tal que A, B e C sejam os vértices de um triângulo equilátero.

Respostas:

a)

$$[R] = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

b)

$$C =$$

5) Determine a equação cartesiana do plano π do espelhamento E em um plano,

$$E: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

que verifica $E(2, 2, 1) = (-1, 2, 2)$.

Resposta:

π :