**Prova tipo A**

# P2 de Álgebra Linear I – 2003.2

Data: 13 de outubro de 2003

Nome:________________________________________ Matrícula:

Assinatura:_____________________________________ Turma:

| Questão | Valor | Nota | Revis. |
|---|---|---|---|
| 1a | 0.5 | | |
| 1b | 1.0 | | |
| 1c | 0.5 | | |
| 1d | 0.5 | | |
| 2a | 1.0 | | |
| 2b | 1.0 | | |
| 3a | 1.0 | | |
| 3b | 1.0 | | |
| 3c | 1.0 | | |
| 4a | 0.5 | | |
| 4b | 1.0 | | |
| 5 | 1.0 | | |
| Total | 10.0 | | |

**1)** Considere os vetores

$$v_1 = (2,1,0), \qquad v_2 = (3,0,-1), \qquad v_3 = (1,-1,-1),$$
$$v_4 = (0,3,2), \qquad v_5 = (8,4,0), \qquad v_6 = (7,2,a).$$

**1.a)** Determine o valor de **a** no vetor $v_6$ para que os vetores $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5$ e $v_6$ gerem exatamente um plano (e não $\mathbb{R}^3$).

**1.b)** Considere a base

$$\beta = \{(1,0,1),(1,1,1),(1,1,0)\}$$

de $\mathbb{R}^3$. Considere o vetor $v$ cujas coordenadas na base canônica são $(4,2,4)$. Determine as coordenadas de $v$ na base $\beta$.

**1.c)** Encontre uma base $\alpha = \{u_1, u_2, u_3\}$ tal que o vetor $v = (1,2,3)$ tenha coordenadas $(1,1,0)$ na base $\alpha$.

**1.d)** Considere o plano $\pi\colon x - y - z = 0$ e a base $\gamma = \{(1,1,0),(0,1,-1)\}$ de $\pi$. Dado o vetor $v = (2,1,1)$ do plano $\pi$, encontre as coordenadas de $v$ na base $\gamma$.

**Respostas:**

**a)** $a =$

**b)** $(v)_\beta =$

**c)** $\alpha =$

**d)** $(v)_\gamma =$

**2)**

**a)** Seja $w$ um vetor de $\mathbb{R}^3$ e $M\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ a transformação linear dada por

$$M(u) = u \times w.$$

Sabendo que a matriz de $M$ é

$$[M] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Determine o vetor $w$.

**b)** Considere agora o vetor $u = (1, -1, -1)$ e a transformação linear

$$T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,$$

definida por

$$T(v) = v \times u.$$

Determine a matriz $[T]$ de $T$.

**Respostas:**

**a)** $w =$

**b)** $[T] = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

**3)**

**(a)** Determine a matriz $[P_{\pi,\mathbf{i}}]$ da projeção $P_{\pi,\mathbf{i}}$ no plano $\pi\colon x - y - z = 0$ na direção do vetor $\mathbf{i} = (1,0,0)$.

**(b)** Considere a matriz

$$[P_{\rho,w}] = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1/2 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

Sabendo que esta matriz representa uma projeção em um plano $\rho$ (contendo a origem) na direção de um vetor $w$, determine $\rho$ e $w$.

**(c)** Sabendo que a matriz

$$[P] = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 1 & 1 & c \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

representa uma projeção em uma reta, determine **a**, **b**, e **c**.

**Respostas:**

**a)** $[P_{\pi,\mathbf{i}}] = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}$

**b)** $\rho$: $\qquad$ $w =$

**c)** $a =$ $\qquad$ $b =$ $\qquad$ $c =$

4)

**a)** Escreva a matriz $[R]$ da rotação $R\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ de ângulo 60 graus no sentido anti-horário.

**b)** Considere os pontos $A = (1, 0)$ e $B = (2, 3)$ de $\mathbb{R}^2$. Determine um ponto $C$ tal que $A, B$ e $C$ sejam os vértices de um triângulo equilátero.

**Respostas:**

**a)** $$[R] = \begin{pmatrix} & \\ & \end{pmatrix}$$

**b)** $C =$

**5)** Determine a equação cartesiana do plano $\pi$ do espelhamento $E$ em um plano,

$$E\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3,$$

que verifica $E(1,2,2) = (-2,1,-2)$.

**Resposta:**

| |
|---|
| $\pi:$ |