P2 de Álgebra Linear I – 2012.2

20 de Outubro de 2012.

---

1) Considere a transformação linear $T: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por:

$$T(\vec{v}) = (-2,1,1) \times \big(\vec{v} \times (1,0,2)\big).$$

a) Determine a matriz $[T]$ da transformação linear T na base canônica.

b) Determine a equação cartesiana da imagem de T,

$$\text{imagem}(T) = \{\vec{w} \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que existe } \vec{v} \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que } T(\vec{v}) = \vec{w}\}.$$

c) Encontre, se possível, dois vetores diferentes $\vec{u}$ e $\vec{w}$ de $\mathbb{R}^3$ tais que

$$T(\vec{u}) = T(\vec{w}) = (-2,0,-4).$$

d) Considere o plano $\pi\colon x+y+z=0$. Determine uma base da imagem $T(\pi)$ de π pela transformação T.

---

2) Considere as retas de equações paramétricas

$$\begin{aligned} r&\colon (a+t, 1+t, 2t), & t \in \mathbb{R},\\ s&\colon (t,-t,1), & t \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Determine, se possível, o valor de a para que a distância entre as retas r e s seja 1.

---

3) Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

a) Sabendo que $\lambda_1 = 2$ é um autovalor de A, determine os outros autovalores λ_2, λ_3 de A.

b) Determine, se possível, uma base β (de $\mathbb{R}^3$) formada por autovetores da matriz A.

c) Encontre as coordenadas do vetor $\vec{u} = (10, 2, 5)$ na base β.

---

4) Sejam as matrizes

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

a) Encontre a matriz inversa da matriz B.

b) Encontre uma matriz A tal que $AB = C$.

Verifique cuidadosamente suas respostas. Somente serão consideradas respostas <u>**totalmente**</u> certas.