Prova tipo A

P2 de Álgebra Linear I – 2012.1

5 de maio de 2012.

Nome:____ Matrícula:____________
Assinatura:_____________________________________ Turma:______________

Preencha CORRETA e COMPLETAMENTE todos os campos (nome, matrícula, assinatura e turma).

Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO. Provas com os campos matrícula, assinatura e turma não preenchidos ou preenchidos de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.

Duração: 1 hora 50 minutos

Q	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**2.d**	**2.e**	**3.a**	**3.b**	**soma**
V	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.5	10.0
N											

Instruções – leia atentamente

• Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.

• É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.

• O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta**. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!**.

• Escreva de forma clara e legível. Justifique de forma **ordenada** e **cuidadosa** suas respostas. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.* fonte: mini-Aurélio

1)

(a) Considere a base β de $\mathbb{R}^3$

$$\beta = \{(1,1,0); (1,0,1); (0,1,1)\}$$

Determine as coordenadas $(\bar{v})_\beta$ do vetor $\bar{v} = (4,2,0)$ na base β.

(b) Seja $\alpha = \{\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3\}$ uma base de $\mathbb{R}^3$. Considere a nova base de $\mathbb{R}^3$

$$\delta = \{\bar{u}_1 + \bar{u}_2, \bar{u}_2 + \bar{u}_3, \bar{u}_3 + \bar{u}_1\}.$$

Sabendo que as coordenadas do vetor $\bar{w}$ na base α são

$$(\bar{w})_\alpha = (3,3,4),$$

determine as coordenadas $(\bar{w})_\delta$ de $\bar{w}$ na base δ.

(c) Determine k para que os vetores

$$\{(1,2,1); (2,k,1); (k,3,k)\}$$

não formem uma base de $\mathbb{R}^3$.

Resposta:

2) Considere a aplicação linear $S\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definida por

$$S(\bar{u}) = \bar{u} \times (1,1,1).$$

(a) Determine a matriz de S na base canônica.

(b) Determine TODOS os vetores $\bar{u}$ tais que $S(\bar{u}) = \bar{u}$.

(c) Determine dois vetores $\bar{u}$ e $\bar{v}$ não nulos tais que $S(\bar{u}) = S(\bar{v}) \neq \bar{0}$.

(d) Estude se S é sobrejetora (isto é, se a imagem de S é $\mathbb{R}^3$). Determine uma base ortonormal da imagem de S.

(e) Determine uma base ortonormal da imagem do plano

$$\pi\colon x + y - 2\,z = 0$$

pela transformação linear S.

Resposta:

3)

(a) Considere a transformação linear $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ cuja matriz na base canônica é

$$[T] = \begin{pmatrix} 1 & b & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ a & c & d \end{pmatrix}.$$

Sabendo que o espaço imagem de T é o plano de equação cartesiana

$$x - y + z = 0$$

e que $T(2,-1,0) = \bar{0}$, determine os valores de a, b, c e d.

(b) Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Determine a inversa da matriz A.

Critério de correção:

• Um erro nos valores de a, b, c e d **nota 0.5**, mais de um erro **nota zero**.

• Um erro nos coeficientes da matriz inversa **nota 1.0**, dois erros **nota 0.5**, três ou mais erros **nota zero**.

• O desenvolvimento da questão é necessário.

Escreva as respostas finais a <u>caneta</u> nos retângulos.

Somente serão aceitas respostas a caneta.

$a =$

$b =$

$c =$

$d =$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}.$$

Resposta (desenvolvimento):