Prova tipo A

P2 de Álgebra Linear I – 2011.2

8 de Outubro de 2011.

Nome:____ Matrícula:__________
Assinatura:____________________________________ Turma:____________

Preencha CORRETA e COMPLETAMENTE todos os campos (nome, matrícula, assinatura e turma).

Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO. Provas com os campos matrícula, assinatura e turma não preenchidos ou preenchidos de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.

Duração: 1 hora 50 minutos

Q	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**1.d**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**3.a**	**3.b**	**3.c**	**4**	**soma**
V	1.0	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	0.5	1.0	1.5	10.0
N												

Instruções – leia atentamente

• Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.

• É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.

• O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta**. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!**.

• Escreva de forma clara e legível. Justifique de forma **ordenada** e **cuidadosa** suas respostas. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.* fonte: mini-Aurélio

1) Considere o subespaço vetorial $\mathbb{W}$ de $\mathbb{R}^3$ de equação cartesiana

$$\mathbb{W}\colon x + 2\,y - 3\,z = 0$$

e o conjunto de vetores $\mathcal{V}$ de $\mathbb{W}$,

$$\mathcal{V} = \{(4,1,2), (0,3,2), (3,0,1), (1,1,1), (2,-1,0), (1,4,3)\}.$$

(a) Determine uma base β de $\mathbb{W}$ tal que as coordenadas do vetor $\overrightarrow{u} = (1,1,1)$ na base β sejam $(\overrightarrow{u})_\beta = (1,1)$.

(b) Determine uma base γ de $\mathbb{W}$ formada por vetores do conjunto $\mathcal{V}$ tal que as coordenadas do vetor $\overrightarrow{u} = (1,1,1)$ na base γ sejam $(\overrightarrow{u})_\gamma = (0,1)$.

(c) Determine uma base ortonormal $\eta = \{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2, \overrightarrow{v}_3\}$ de $\mathbb{R}^3$ tal que $\overrightarrow{v}_1$ seja paralelo a $(1,1,1)$ e $\xi = \{\overrightarrow{v}_1, \overrightarrow{v}_2\}$ seja uma base de $\mathbb{W}$.

(d) Considere o vetor $\overrightarrow{u} = (1,1,1)$ e a base

$$\alpha = \{(1,1,0), (0,1,1), (1,0,1)\}$$

de $\mathbb{R}^3$. Determine as coordenadas do vetor $\overrightarrow{u}$ na base α.

Nota: as coordenadas dos vetores estão escritas na base canônica, exceto nos caso em que outra base está explicitada.

Resposta:

2) Considere os vetores de $\mathbb{R}^3$

$$\overrightarrow{u}_1 = (1, 1, 2), \quad \overrightarrow{u}_2 = (2, 0, 1)$$

e a transformação linear

$$T \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad T(\overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{u}_1)\, \overrightarrow{u}_1 + (\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{u}_2)\, \overrightarrow{u}_2.$$

(a) Determine a matriz de T na base canônica.

(b) Determine o conjunto de vetores $\overrightarrow{v}$ tais que $T(\overrightarrow{v}) = \overrightarrow{v}$.

(c) Considere o plano

$$\mathbb{V} \colon x + y + 2\, z = 0.$$

Determine uma base do subespaço $T(\mathbb{V})$, isto é a imagem do plano $\mathbb{V}$ pela transformação linear T. Observe que

$$T(\mathbb{V}) = \{T(\overrightarrow{v}) \text{ tais que } \overrightarrow{v} \in \mathbb{V}\}$$

Nota: as coordenadas dos vetores estão escritas na base canônica.

Resposta:

3) Considere o plano (subespaço vetorial) $\mathbb{V}\colon x + y + z = 0$ e uma transformação linear $L\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ que verifica as seguintes propriedades

(A) $L(1,1,1) = (1,1,1)$,

(B) $L(1,-1,0) = (1,-1,0)$,

(C) A imagem de $\mathbb{V}$ pela transformação linear L, o subespaço $L(\mathbb{V})$, é uma reta. Lembre que

$$L(\mathbb{V}) = \{L(\overrightarrow{v}) \text{ tais que } \overrightarrow{v} \in \mathbb{V}\}.$$

(a) Determine uma base do subespaço vetorial $L(\mathbb{V})$.

(b) Determine uma base da imagem de L.

(c) Determine a matriz (na base canônica) de uma transformação linear L que verifique as propriedades (A), (B) e (C).

Nota: as coordenadas dos vetores estão escritas na base canônica.

Resposta:

4) Determine a inversa da matriz A a seguir

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Critério de correção: Um erro nos coeficientes da matriz inversa **nota 1.0**, dois erros **nota 0.5**, três ou mais erros **nota zero**. O desenvolvimento da questão é necessário.

Escreva a resposta final a <u>caneta</u> no retângulo.

Somente serão corrigidas respostas a caneta escritas no retângulo abaixo.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad \\ & & \\ & & \end{pmatrix}.$$

Resposta (desenvolvimento):