Duração: 1 hora 50 minutos

P2 de Álgebra Linear I – 2006.1

Data: 10 de maio de 2006

Nome:______________________________ Matrícula:____________

Assinatura:____________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	1.0		
1b	0.5		
1c	0.5		
1d	1.0		
2a	1.0		
2b	1.0		
2c	0.5		
2d	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
3c	0.5		
4	2.0		
Total	11.0		

Instruções

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear o caderno de prova.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- **Respostas a caneta**. Escreva de forma clara e legível.
- Justifique de forma clara, ordenada e completa suas respostas. Respostas sem justificativas não serão consideradas.

1) Considere as transformações lineares

$$T,\ L\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$

cujas matrizes na base canônica são

$$[T] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad [L] = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -2 & 5 & -1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix},$$

respectivamente.

(a) Determine a equação cartesiana da imagem de T.

(b) Determine uma base da imagem de T.

(c) Determine o conjunto de vetores v tais que $T(v) = \bar{0}$.

(d) Determine um vetor não nulo w tal que $L(w) = T(w)$.

---

2) Considere o conjunto de vetores

$$\mathcal{E} = \{(1,1,1), (2,2,2), (1,0,1), (0,1,0), (2,1,2)\}.$$

(a) Considere o subespaço vetorial $\mathbb{W}$ de $\mathbb{R}^3$ gerado pelos vetores de $\mathcal{E}$. Determine uma base β de $\mathbb{W}$ formada por vetores de $\mathcal{E}$.

(b) Determine as coordenadas do vetor $(4,2,4)$ na base β.

(c) Determine uma base γ de $\mathbb{R}^3$ formada pelos vetores da base β do item (a) e um vetor do conjunto

$$\mathcal{F} = \{(3,3,3), (5,0,5), (8,3,8), (0,1,1)\}.$$

(d) Seja $\alpha = \{u_1, u_2, u_3\}$ uma base de $\mathbb{R}^3$. Considere a nova base de $\mathbb{R}^3$

$$\delta = \{u_1 + u_2, u_2 - u_3, u_3 - u_1\}.$$

Sabendo que as coordenadas do vetor w na base α são

$$(w)_\alpha = (1,1,1),$$

determine as coordenadas $(w)_\delta$ de w na base δ.

3) Considere as retas

$$r\colon (t, 2\,t, t),\ t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad s\colon (t+1, 2\,t, t-5),\ t \in \mathbb{R}$$

e o plano

$$\pi\colon x + y + z = 0.$$

(a) Determine a matriz (na base canônica) da transformação linear T *projeção no plano* π *na direção da reta* r.

(b) Determine a matriz (na base canônica) da transformação linear L *projeção na reta* r *na direção do plano* π.

(c) Determine a forma matricial (na base canônica) da transformação afim A *projeção na reta* s *na direção do plano* π.

---

4) Determine a inversa da matriz

$$\text{(prova A)} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{(prova B)} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\text{(prova C)} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{(prova D)} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$
