Duração: 1hora 50min.

P2 de Álgebra Linear I – 2005.1
3 de maio de 2005

Nome:______________________________ Turma:__________
Assinatura:__________________________ Matrícula:______________

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	1.0		
1b	1.0		
1c	1.0		
1d	1.0		
2a	1.5		
2b	1.0		
2c	1.0		
2d	1.0		
3a	1.0		
3b	1.0		
Total	10.5		

Instruções

- É **proibido usar calculadora.** Mantenha o **celular desligado.**
- É **proibido desgrampear** a prova. Prova com folhas faltando ou rasuradas terá **nota zero.**
- **Justifique cuidadosamente** todas as respostas de forma **completa, ordenada e coerente**. Respostas sem justificativa **terão nota zero.** Escreva de forma clara e legível.
- Faça a prova na sua turma.

1) Considere a base $\beta = \{u_1, u_2, u_3\}$ de $\mathbb{R}^3$.

(1.a) Prove que

$$\gamma = \{u_1 + u_2, u_1 + u_3, u_2 + u_3\}$$

é uma base de $\mathbb{R}^3$.

(1.b) Considere o vetor w cujas coordenadas na base β são

$$(w)_\beta = (1, 2, 3).$$

Determine as coordenadas $(w)_\gamma$ do vetor w na base γ.

(1.c) Considere agora a base de $\mathbb{R}^3$

$$\alpha = \{(1, 2, 3), (1, 1, 1), (a, b, c)\}.$$

Sabendo que as coordenadas do vetor $(1, 4, 9)$ na base α são $(1, 2, 2)$ determine a, b e c.

(1.d) Considere os vetores

$$\begin{array}{lll} v_1 = (2, -1, 0), & v_2 = (2, 0, 1), & v_3 = (0, 1, 1), \\ v_4 = (4, -2, 0), & v_5 = (2, 2, 3), & v_6 = (1, 1, a). \end{array}$$

Determine o valor de **a** no vetor v_6 para que os vetores v_1, v_2, v_3, v_4, v_5 e v_6 gerem um plano π. Determine a equação cartesiana de π.

Resposta:

2) Considere o vetor $w = (1, 2, 1)$ de $\mathbb{R}^3$ e a transformação linear

$$M : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad M(u) = u \times w.$$

(2.a) Determine a matriz $[M]$ de M na base canônica.

(2.b) Determine o subespaço imagem de M, isto é,

$$\text{im } (M) = \{u \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que existe } v \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que } M(v) = u\}.$$

(2.c) Determine o conjunto v de vetores que verifica

$$M(v) = (1, -1, 1).$$

(2.d) Estude se M possui (transformação linear) inversa. Em caso afirmativo, determine $[M]^{-1}$.

Resposta:

3) Considere as retas

$$r_1\colon y = 2\,x - 1, \qquad r_2\colon y = 3\,x - 3$$

e

$$s_1\colon y = x + 2, \qquad s_2\colon y = 3.$$

Sejam T uma transformação afim

$$T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$

que verifica

$$T(r_1) = s_1 \quad \text{e} \quad T(r_2) = s_2$$

e $L\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ a parte linear de T.

(3.a) Determine a matriz $[L]$ de L.

(3.b) Determine a forma matricial de T.

Resposta: