

## Prova tipo D

P1 de Álgebra Linear I – 2003.2

Data: 15 de setembro de 2003.

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

Assinatura: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

Questão	Valor	Nota	Revis.
1	3.0		
2a	0.5		
2b	0.5		
2c	0.5		
2d	1.0		
3a	0.5		
3b	0.5		
3c	0.5		
3d	0.5		
4a	0.5		
4b	0.5		
4c	0.5		
4d	0.5		
4e	0.5		
Total	10.0		

### Instruções:

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado. Escreva de forma clara e legível.
- É proibido desgrampear a prova e as folhas de rascunho. Prova com folhas faltando ou rasuradas terá nota zero.
- V. somente deverá entregar este caderno com as respostas. Faça os cálculos nas folhas de rascunho.

Marque no quadro as respostas da primeira questão. Não é necessário justificar esta questão.

**ATENÇÃO:** resposta errada vale ponto negativo!, a questão pode ter nota negativa!

1) Decida se cada afirmação a seguir é verdadeira ou falsa e marque **com caneta** sua resposta no quadro abaixo. **Atenção:** responda **todos** os itens, use "N= não sei" caso você não saiba a resposta. Cada resposta certa vale 0.3, cada resposta errada vale  $-0.1$ , cada resposta N vale 0. Respostas confusas e ou rasuradas valerão  $-0.1$ .

Itens	V	F	N
1.a			
1.b			
1.c			
1.d			
1.e			
1.f			
1.g			
1.h			
1.i			
1.j			

**1.a)** Considere vetores  $u$  e  $w$  de  $\mathbb{R}^3$ . Como  $u \times u = \vec{0}$ , então se verifica

$$u \times (u \times w) = (u \times u) \times w = \vec{0}.$$

**1.b)** Sejam  $u, w, h$  e  $\ell$  quatro vetores coplanares de  $\mathbb{R}^3$ . Então se verifica

$$(u \times w) \times (\ell \times h) = \vec{0}.$$

**1.c)** Sejam  $u$  e  $w$  vetores de  $\mathbb{R}^3$  de mesmo módulo. Então

$$(u + w) \cdot (u - w) = 0.$$

**1.d)** A área do triângulo de vértices  $A = (1, 2, 1)$ ,  $B = (0, 1, 1)$  e  $C = (1, 1, 1)$  é  $1/2$ .

**1.e)** Considere vetores  $u, w$  e  $\ell$  não nulos de  $\mathbb{R}^2$ . Sejam  $P_\ell(u)$  e  $P_\ell(w)$  as projeções ortogonais de  $u$  e  $w$  (respectivamente) no vetor  $\ell$ . Suponha que

$$P_\ell(u) = P_\ell(w).$$

Então  $u = w$ .

**1.f)** Considere a reta  $r_1$  paralela ao vetor  $u$  contendo o ponto  $P$ . Considere a reta  $r_2$  paralela ao vetor  $w$  contendo o ponto  $Q$ . Suponha que o produto misto

$$\overline{PQ} \cdot (u \times w) = 0.$$

Então as retas se interceptam.

**1.g)** Considere os vetores

$$u = (111, 222, 333) \quad \text{e} \quad w = (5467 + 111t, 9156789 + 222t, 1543 + 333t).$$

O produto vetorial  $u \times w$  é independente de  $t$ .

**1.h)** Considere os planos de equação cartesianas

$$\pi: x - y - z = 4 \quad \text{e} \quad \rho: x - y - z = 1.$$

A distância entre  $\pi$  e  $\rho$  é  $4 - 1 = 3$ .

**1.i)** Considere os pontos  $P = (a, b, c)$  e  $(-P) = (-a, -b, -c)$  e o plano  $\pi: ax + by + cz = d$ . Se as distâncias de  $P$  e  $(-P)$  a  $\pi$  são iguais então o plano  $\pi$  contém a origem.

**1.j)** Considere um ponto  $P = (p_1, p_2, p_3)$  e o plano  $\pi$ . Sejam  $R$  um ponto de  $\pi$  e  $n$  o vetor normal de  $\pi$ . Seja  $w = (w_1, w_2, w_3)$  o vetor projeção ortogonal de  $\overline{PR}$  em  $n$ . O ponto  $T = P + w$ ,

$$T = (p_1 + w_1, p_2 + w_2, p_3 + w_3),$$

é o ponto de  $\pi$  mais próximo de  $P$ .

2) Considere o plano de equação cartesiana

$$\pi: x - y + 2z = 3$$

e os pontos  $A = (1, 0, 1)$  e  $B = (0, 1, 2)$  do plano  $\pi$ .

- a) Determine o vetor  $\overline{AB}$ .
- b) Determine um vetor  $w$  paralelo ao plano  $\pi$  e ortogonal ao vetor  $\overline{AB}$ .
- c) Determine um vetor  $u$  paralelo a  $w$  e de mesmo módulo que o vetor  $\overline{AB}$ .
- d) Determine as coordenadas de pontos  $C$  e  $D$  tais que  $A, B, C$ , e  $D$  são os vértices de um quadrado contido no plano  $\pi$ .

**Respostas:**

a)

b)

c)

d)

3) Considere a reta  $r_1$  de equações paramétricas

$$r_1: (t + 1, 3t, t - 2) \quad t \in \mathbb{R}$$

e a reta  $r_2$  de equações cartesianas

$$x - z = 1, \quad x + 2y - 3z = 3.$$

- Escreva a reta  $r_1$  como interseção de dois planos  $\pi$  e  $\rho$  (escritos em equações cartesianas) tais que  $\pi$  seja paralelo ao eixo  $X$  e  $\rho$  seja paralelo ao eixo  $Z$ .
- Determine uma equação paramétrica da reta  $r_2$ .
- Determine a posição relativa das retas  $r_1$  e  $r_2$  (reversas, paralelas ou se interceptam).
- Calcule a distância  $d$  entre as retas  $r_1$  e  $r_2$ .

Respostas:

a)

$\pi$ :

$\rho$ :

b)

$r_2$ :

c)

d)

$d =$

- 4) Considere os pontos  $A = (1, 0, 1)$  e  $B = (1, 2, 2)$ .
- a) Determine uma equação paramétrica da reta  $r$  determinada pelos pontos  $A$  e  $B$ .
- b) Determine o ponto médio  $M$  do segmento  $AB$ .
- c) Determine a equação cartesiana do plano  $\pi$  cujos pontos são todos equidistantes de  $A$  e  $B$ .
- d) Considere o ponto  $C = (33, 21, 17)$ . Determine explicitamente um ponto  $D$  a distância 13 de  $C$ .
- e) Considere o plano  $\rho: x + y - z = 0$ . Determine a equação cartesiana de um plano  $\tau$  a distância 3 de  $\rho$ .

**Respostas:**

a)

$r:$

b)

$M =$

c)

$\pi:$

d)

$\pi =$

e)

$\tau:$