Prova tipo B

P1 de Álgebra Linear I – 2003.2

Data: 15 de setembro de 2003.

Nome:______________________________ Matrícula:__________

Assinatura:____________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Nota	Revis.
1	3.0		
2a	0.5		
2b	0.5		
2c	0.5		
2d	1.0		
3a	0.5		
3b	0.5		
3c	0.5		
3d	0.5		
4a	0.5		
4b	0.5		
4c	0.5		
4d	0.5		
4e	0.5		
Total	10.0		

Instruções:

- **Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado. Escreva de forma clara e legível.**
- **É proibido desgrampear a prova e as folhas de rascunho. Prova com folhas faltando ou rasuradas terá nota zero.**
- **V. somente deverá entregar este caderno com as respostas. Faça os cálculos nas folhas de rascunho.**

Marque no quadro as respostas da primeira questão. Não é necessário justificar esta questão.

ATENÇÃ0: resposta errada vale ponto negativo!, a questão pode ter nota negativa!

1) Decida se cada afirmação a seguir é verdadeira ou falsa e marque **com caneta** sua resposta no quadro abaixo. **Atenção:** responda **todos** os itens, use "N= não sei" caso você não saiba a resposta. Cada resposta certa vale 0.3, cada resposta errada vale -0.1, cada resposta **N** vale 0. Respostas confusas e ou rasuradas valerão -0.1.

Itens	**V**	**F**	**N**
1.a			
1.b			
1.c			
1.d			
1.e			
1.f			
1.g			
1.h			
1.i			
1.j			

1.a) Considere vetores u e w de $\mathbb{R}^3$. Como $u \times u = \bar{0}$, então se verifica

$$u \times (u \times w) = (u \times u) \times w = \bar{0}.$$

1.b) Sejam u, w, h e ℓ quatro vetores coplanares de $\mathbb{R}^3$. Então se verifica

$$(u \times w) \times (\ell \times h) = \bar{0}.$$

1.c) Sejam u e w vetores de $\mathbb{R}^3$ de mesmo módulo. Então

$$(u+w)\cdot(u-w)=0.$$

1.d) A área do triângulo de vértices $A=(1,2,1)$, $B=(0,1,1)$ e $C=(1,1,1)$ é $1/2$.

1.e) Considere vetores u, w e ℓ não nulos de $\mathbb{R}^2$. Sejam $P_\ell(u)$ e $P_\ell(w)$ as projeções ortogonais de u e w (respetivamente) no vetor ℓ. Suponha que

$$P_\ell(u)=P_\ell(w).$$

Então $u=w$.

1.f) Considere a reta r_1 paralela ao vetor u contendo o ponto P. Considere a reta r_2 paralela ao vetor w contendo o ponto Q. Suponha que o produto misto

$$\overline{PQ}\cdot(u\times w)=0.$$

Então as retas se interceptam.

1.g) Considere os vetores

$$u=(111,222,333) \quad \text{e} \quad w= \quad (5467+111t, 9156789+222t, 1543+333t).$$

O produto vetorial $u\times w$ é independente de t.

1.h) Considere os planos de equação cartesianas

$$\pi\colon x-y-z=4 \quad \text{e} \quad \rho\colon x-y-z=1.$$

A distância entre π e ρ é $4-1=3$.

1.i) Considere os pontos $P=(a,b,c)$ e $(-P)=(-a,-b,-c)$ e o plano $\pi\colon ax+by+cz=d$. Se as distâncias de P e $(-P)$ a π são iguais então o plano π contem a origem.

1.j) Considere um ponto $P=(p_1,p_2,p_3)$ e o plano π. Sejam R um ponto de π e n o vetor normal de π. Seja $w=(w_1,w_2,w_3)$ o vetor projeção ortogonal de $\overline{PR}$ em n. O ponto $T=P+w$,

$$T=(p_1+w_1,p_2+w_2,p_3+w_3),$$

é o ponto de π mais próximo de P.

2) Considere o plano de equação cartesiana

$$\pi\colon x + y - z = 1$$

e os pontos $A = (0, 2, 1)$ e $B = (0, 0, -1)$ do plano π.

a) Determine o vetor $\overline{AB}$.

b) Determine um vetor w paralelo ao plano π e ortogonal ao vetor $\overline{AB}$.

c) Determine um vetor u paralelo a w e de mesmo módulo que o vetor $\overline{AB}$.

d) Determine as coordenadas de pontos C e D tais que A, B, C, e D são os vértices de um quadrado contido no plano π.

Respostas:

a) $\overline{AB} =$

b) $w =$

c) $u =$

d) $C =$ $D =$

3) Considere a reta r_1 de equações paramétricas

$$r_1\colon (1+t, 2-2t, 3+2t) \quad t \in \mathbb{R}$$

e a reta r_2 de equações cartesianas

$$x + y + z = -2, \quad y + 2z = 3.$$

a) Escreva a reta r_1 como interseção de dois planos π e ρ (escritos em equações cartesianas) tais que π seja paralelo ao eixo $\mathbb{X}$ e ρ seja paralelo ao eixo $\mathbb{Z}$.

b) Determine uma equação paramétrica da reta r_2.

c) Determine a posição relativa das retas r_1 e r_2 (reversas, paralelas ou se interceptam).

d) Calcule a distância d entre as retas r_1 e r_2.

Respostas:

a) $\pi\colon$ $\qquad\qquad$ $\rho\colon$

b) $r_2\colon$

c)

d) $d =$

4) Considere os pontos $A = (-1, 1, -1)$ e $B = (1, 0, 2)$.

a) Determine uma equação paramétrica da reta r determinada pelos pontos A e B.

b) Determine o ponto médio M do segmento AB.

c) Determine a equação cartesiana do plano π cujos pontos são todos equidistantes de A e B.

d) Considere o ponto $C = (21, 13, 19)$. Determine explicitamente um ponto D a distância 13 de C.

e) Considere o plano ρ: $x - y - z = 0$. Determine a equação cartesiana de um plano τ a distância 3 de ρ.

Respostas:

a) $r:$

b) $M =$

c) $\pi:$

d) $D =$

e) $\tau:$