P1 de Álgebra Linear I – 2012.1

31 de março de 2012.

Nome:____ Matrícula:____________
Assinatura:______________________________________ Turma:____________

Preencha CORRETA e COMPLETAMENTE todos os campos (nome, matrícula, assinatura e turma).

Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO. Provas com os campos matrícula, assinatura e turma não preenchidos ou preenchidos de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.

Duração: 1 hora 50 minutos

Q	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**3.a**	**3.b**	**3.c**	**3.d**	**4.a**	**4.b**	**soma**
V	1.0	0.5	0.5	0.5	1.0	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	10.0
N													

Instruções – leia atentamente

• Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.

• É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.

• O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta**. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!**.

• Escreva de forma clara e legível. Justifique de forma **ordenada** e **cuidadosa** suas respostas. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.* fonte: mini-Aurélio

1)

a) Encontre, se possível, dois vetores não nulos $\bar{u}$ e $\bar{v}$ de $\mathbb{R}^3$ tais que os vetores $\bar{u} + \bar{v}$ e $\bar{u} - \bar{v}$ tenham o mesmo módulo.

b) Considere dois vetores $\bar{u}_1$ e $\bar{u}_2$ de $\mathbb{R}^3$ que têm módulo 13, isto é, $||\bar{u}_1|| = ||\bar{u}_2|| = 13$. Calcule o produto escalar $(\bar{u}_1 + \bar{u}_2) \cdot (\bar{u}_1 - \bar{u}_2)$.

c) Considere vetores não nulos $\bar{u}$, $\bar{v}$ de $\mathbb{R}^3$ e defina

$$\bar{w} = \alpha\, \bar{u}, \qquad \alpha \in \mathbb{R}.$$

Determine α para que os vetores $(\bar{v} - \bar{w})$ e $\bar{u}$ sejam ortogonais. Note que o valor de α depende dos vetores $\bar{u}$ e $\bar{v}$.

Resposta:

2) Considere os pontos $A = (1, 0, 1)$, $B = (0, 2, 2)$ e $C = (2, 1, 2)$.

a) Determine uma equação cartesiana do plano π que contém os pontos A, B e C.

b) Determine um ponto D tal que os pontos A, B, C e D formem um paralelogramo P.

c) Determine a área do paralelogramo P do item anterior.

Resposta:

3) Considere as retas r_1 de equação paramétrica

$$x = 1 + t, \quad y = 1 + 2t, \quad z = 1 + 2t, \quad t \in \mathbb{R}$$

e r_2 cujas equações cartesianas são

$$y - z = 0, \quad 2\,x - y = 2.$$

a) Determine equações cartesianas da reta r_1.

b) Determine a equação cartesiana do plano ρ que contém o ponto $Q = (1, 0, 0)$ e é ortogonal à reta r_1.

c) Determine, se possível, um ponto P da reta r_2 tal que a distância entre P e r_1 seja $1/3$.

d) Considere os pontos $A = (1, 1, 1) \in r_1$ e $B = (2, 2, 2) \in r_2$. Determine um ponto C de r_1 tal que o triângulo de vértices A, B, C seja retângulo e os lados AC e BC sejam seus catetos.

Resposta:

4)

a) Considere os planos de equações cartesianas

$$\pi\colon 2x + y - z = 1, \quad \pi'\colon x + 3y - z = -1.$$

Determine a equação cartesiana de um plano τ que contenha o ponto $(1,0,0)$ e a interseção dos três planos π, π' e τ seja uma reta.

b) Considere os planos de π_1, π_2, π_3 de equações cartesianas

$$\begin{array}{lccccccc} \pi_1\colon & x & + & 2y & + & 3z & = & a \\ \pi_2\colon & 2x & + & 4y & + & z & = & b \\ \pi_3\colon & 3x & + & 2y & + & kz & = & c. \end{array}$$

Mostre que a interseção destes três planos sempre é um ponto, independentemente dos valores de a, b, c e k.

Resposta: