P1 de Álgebra Linear I – 2011.2

3 de Setembro de 2011.

Nome:________________________________ Matrícula:____________
Assinatura:______________________________ Turma:____________

Preencha CORRETA e COMPLETAMENTE todos os campos (nome, matrícula, assinatura e turma).

Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO. Provas com os campos matrícula, assinatura e turma não preenchidos ou preenchidos de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.

Duração: 1 hora 50 minutos

Q	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**3.a**	**3.b**	**3.c**	**4.a**	**4.b**	**4.c**	**soma**
V	0.5	1.0	0.5	1.0	1.0	1.0	0.5	1.0	1.5	1.0	0.5	0.5	10.0
N													

Instruções – leia atentamente

• Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.

• É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.

• O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta**. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!**.

• Escreva de forma clara e legível. Justifique de forma **ordenada** e **cuidadosa** suas respostas. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.* fonte: mini-Aurélio

1)

a) Considere o vetor $\overrightarrow{u} = (1, 0, 1)$. Determine se existe um vetor $\overrightarrow{n}$ tal que

$$\overrightarrow{n} \times \overrightarrow{u} = \overrightarrow{\mathbf{k}} = (0, 0, 1).$$

Caso o vetor $\overrightarrow{n}$ exista escreva suas coordenadas explicitamente.

b) Considere vetores $\overrightarrow{w}$ e $\overrightarrow{v}$ de $\mathbb{R}^3$ que verificam as seguintes propriedades:

$$||\overrightarrow{w}|| = 1, \quad ||\overrightarrow{v}|| = 4, \quad \text{e} \quad \overrightarrow{w} \cdot \overrightarrow{v} = 0.$$

Determine $||\overrightarrow{w} \times \overrightarrow{v}||$.

c) Considere vetores $\overrightarrow{a}$ e $\overrightarrow{c}$ de $\mathbb{R}^3$ tais que $||\overrightarrow{a}|| = 4$ e

$$(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{c}) \cdot (\overrightarrow{a} - \overrightarrow{c}) = 0.$$

Calcule $||\overrightarrow{c}||$.

Resposta:

2) Considere as retas r_1 e r_2 cujas equações paramétricas são

$$r_1 = (1+t, -1, t),\ t \in \mathbb{R} \qquad r_2 = (2+t, 0, 2+t),\ t \in \mathbb{R}.$$

a) Determine a equação cartesiana do plano π que contém as retas r_1 e r_2.

b) Determine a distância entre as retas r_1 e r_2.

c) Determine um ponto Q do plano π calculado no item (a) que seja equidistante das retas r_1 e r_2 (isto é, a distância entre r_1 e Q e entre r_2 e Q são iguais). Verifique a propriedade de equidistância.

Resposta:

3) Considere os pontos

$$A = (1, 1, 2), \quad B = (2, 0, 1), \quad C = (1, 1, 0).$$

a) Determine a área do triângulo cujos vértices são A, B e C.

b) Determine a equação cartesiana do plano ϱ que contém os pontos A, B e C.

c) Determine um ponto D do plano ϱ tal que A, B e D sejam os vértices de um triângulo retângulo isósceles Δ cujos catetos sejam os segmentos AB e AD (isósceles significa que os segmentos AB e AD têm o mesmo comprimento).

Resposta:

4) Considere o sistema

$$\begin{aligned} x + 2\,y + z &= b_1, \\ x - 2\,y - 3\,z &= b_2, \\ x + y + a\,z &= b_3. \end{aligned}$$

a) Determine as condições sobre a, b_1, b_2 e b_3 para que o sistema tenha solução única.

b) Determine as condições sobre a, b_1, b_2 e b_3 para que o sistema não tenha solução.

c) Determine as condições sobre a, b_1, b_2 e b_3 para que as soluções do sistema sejam da forma $(1+t, 2-t, 1+t)$, $t \in \mathbb{R}$.