P1 de Álgebra Linear I – 2011.1

2 de Abril de 2011.

Nome:____ Matrícula:__________
Assinatura:______________________________________ Turma:____________

Preencha CORRETA e COMPLETAMENTE todos os campos (nome, matrícula, assinatura e turma).

Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO. Provas com os campos matrícula, assinatura e turma não preenchidos ou preenchidos de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.

Duração: 1 hora 50 minutos

Q	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**2.a**	**2.b**	**3.a**	**3.b**	**3.c**	**4.a**	**4.b**	**4.c**	**soma**
V	1.0	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	1.0	1.0	1.5	0.5	10.0
N												

Instruções – leia atentamente

• Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.

• É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.

• O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta**. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!**.

• Escreva de forma clara e legível. Justifique de forma **ordenada** e **cuidadosa** suas respostas. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.* fonte: mini-Aurélio

1)

a) Considere os vetores

$$\overrightarrow{v}_1 = (1, -2, 2) \quad \text{e} \quad \overrightarrow{v}_2 = (1, 0, 1).$$

Determine vetores $\overrightarrow{w}_1$ e $\overrightarrow{w}_2$ que satisfaçam simultaneamente as seguintes três propriedades:

- $\overrightarrow{w}_1$ é paralelo a $\overrightarrow{v}_1$,
- $\overrightarrow{w}_2$ é ortogonal a $\overrightarrow{v}_1$,
- $\overrightarrow{v}_2 = \overrightarrow{w}_1 + \overrightarrow{w}_2$.

b) Considere vetores $\overrightarrow{w}$ e $\overrightarrow{v}$ de $\mathbb{R}^3$ tais que seus módulos verificam

$$||\overrightarrow{w}|| = 1, \quad ||\overrightarrow{v}|| = 4, \quad \text{e} \quad ||\overrightarrow{w} \times \overrightarrow{v}|| = 4.$$

Calcule o produto escalar $\overrightarrow{w} \cdot \overrightarrow{v}$.

c) Considere os vetores de $\mathbb{R}^3$

$$\overrightarrow{v}_3 = (1, 2, 0) \qquad \text{e} \qquad \overrightarrow{v}_4 = (0, 2, 1).$$

Determine, se possível, um vetor $\overrightarrow{w}$ tal que

$$\overrightarrow{v}_3 \times \overrightarrow{w} = (2, -1, 1) \qquad \text{e} \qquad \overrightarrow{v}_4 \times \overrightarrow{w} = (-1, 1, -2).$$

Resposta:

2)

a) Considere os pontos $A = (3,1,1)$, $B = (2,1,2)$ e a reta r de equações paramétricas

$$r\colon (0,3,2) + t\,(1,0,-1), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Para cada ponto C da reta r calcule a área de triângulo de vértices A, B e C.

b) Considere o plano π de equação cartesiana

$$\pi\colon y = 1$$

e os pontos $A' = (1,1,2)$ e $B' = (2,1,1)$ de π.

Determine um ponto C' do plano π tal que A', B', C' sejam os vértices de um triângulo retângulo isósceles cujos catetos são $A'B'$ e $A'C'$ (observe que $|A'B'| = |A'C'|$).

Resposta:

3) Considere a reta r_1 de equações paramétricas

$$r_1\colon (2\,t, 1+t, -1-t), \quad t \in \mathbb{R},$$

e a reta r_2 de equações cartesianas

$$x + 2y - 2z = 1, \quad x - y = 2.$$

a) Escreva a reta r_1 como interseção de dois planos π e ρ (escritos em equações cartesianas) tais que π seja paralelo ao eixo $\mathbb{X}$ e ρ seja paralelo ao eixo $\mathbb{Z}$.

b) Determine uma equação paramétrica da reta r_2.

c) Considere o ponto $P = (0, 1, -1)$ da reta r_1. Encontre **todos** os pontos Q da reta r_1 tal que a distância entre P e Q seja $2\sqrt{6}$ (isto é, de forma que o comprimento do segmento $\overline{PQ}$ seja $2\sqrt{6}$).

Resposta:

4) Considere o sistema de equações linerares

$$
\begin{aligned}
x + y + 2\,z &= 1,\\
2\,x + y + 0\,z &= b,\\
x + 2\,y + a\,z &= 3.
\end{aligned}
$$

a) Determine, se possível, a e b para que o sistema não tenha solução.

b) Determine, se possível, a e b para que o sistema tenha solução única.

c) Determine, se possível, a e b para que o sistema tenha infinitas soluções.

Resposta: