P1 de Álgebra Linear I – 2010.2

Data: 3 de Setembro de 2010.

Nome:__________________________________ **Matrícula:**______

Assinatura:_____________________________ **Turma:**_______

Preencha CORRETA e COMPLETAMENTE todos os campos (nome, matrícula, assinatura e turma).

Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO.

Provas com os campos matrícula, assinatura e turma não preenchidos ou preenchidos de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.

Duração: 1 hora 50 minutos

Q	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**2.d**	**3.a**	**3.b**	**3.c**	**soma**
V	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	1.5	1.0	1.5	10.0
N											

Instruções – leia atentamente

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- Escreva de forma clara, ordenada e legível.
- Justifique de forma **ordenada**, **cuidadosa** e **completa** suas respostas. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

Questão 1)

Considere os vetores de $\mathbb{R}^3$

$$\overrightarrow{v}_1 = (1,2,0) \qquad \text{e} \qquad \overrightarrow{v}_2 = (0,2,1).$$

a) Determine, se possível, um vetor $\overrightarrow{w}$ tal que

$$\overrightarrow{v}_1 \times \overrightarrow{w} = (2,-1,1) \qquad \text{e} \qquad \overrightarrow{v}_2 \times \overrightarrow{w} = (-1,1,-2).$$

b) Determine, se possível, um vetor $\overrightarrow{u}$ cujo módulo seja 5 e que seja perpendicular a os vetores $\overrightarrow{v}_1$ e $\overrightarrow{v}_2$ (isto é, $\overrightarrow{v}_1 \cdot \overrightarrow{u} = 0 = \overrightarrow{v}_2 \cdot \overrightarrow{u}$).

c) Determine um vetor $\overrightarrow{a}$ paralelo a $\overrightarrow{v}_1$ tal que o vetor

$$\overrightarrow{b} = \overrightarrow{v}_2 - \overrightarrow{a}$$

seja perpendicular a v_1.

Observe que o vetor $\overrightarrow{a}$ é a *projeção ortogonal* de $\overrightarrow{v}_2$ em $\overrightarrow{v}_1$. Aconselhamos fazer uma figura.

Resposta:

Questão 2)

Considere as retas r_1 e r_2 de $\mathbb{R}^3$ cujas equações paramétricas são

$$r_1\colon (1+t, 2\,t, 1-2\,t), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$r_2\colon (a+2\,t, 1+t, 10+t), \quad t \in \mathbb{R},$$

a reta r_3 de equação cartesiana

$$r_3\colon \begin{cases} x+y+z=3, \\ x-y+2\,z=1 \end{cases}$$

e o plano π de equação cartesiana

$$\pi\colon x+y+2\,z=4.$$

a) Determine o valor de a para que as retas r_1 e r_2 se interceptem em um ponto. Determine ponto P de interseção das retas r_1 e r_2.

b) Determine a equação cartesiana do plano ϱ que contém as retas r_1 e r_2. (Observe que para resolver este item v. não necessita resover o item anterior).

c) Determine equações paramétricas da reta r_3.

d) Determine o ponto Q de interseção da reta r_1 e o plano π.

Resposta:

Questão 3)

Considere os pontos

$$P = (1, 2, 0) \qquad \text{e} \qquad Q = (2, 1, 1),$$

a reta r de cujas equações paramétricas são

$$r\colon (1 + t, 2 + t, 2\,t), \quad t \in \mathbb{R}$$

e o plano ρ cuja equação cartesiana é

$$\rho\colon x + 2\,y + 3\,z = 6.$$

a) Determine todos os pontos M da reta r tal que a área do triângulo Δ de vértices P, Q e M seja 2.

b) A equação cartesiana do plano η que contém a reta r e o ponto Q.

c) Considere os pontos $A = (1, 1, 1)$ e $B = (0, 0, 2)$ do plano ρ. Determine Um ponto C do plano ρ tal que os pontos A, B e C formam um triângulo retângulo isósceles T cujos catetos são AB e AC.

Determine a área do triângulo T. (Para responder a esta última parte do item v. não necessita resolver a primeira parte ...).

Resposta: