P1 de Álgebra Linear I – 2009.1

Data: 27 de Março de 2009.

Q	1.a	1.b	1.c	2.a	2.b	2.c	3.a	3.b	3.c	4.a	4.b	soma
V	1.0	1.0	0.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	10.0
N												
R												

Questão 1)

Considere o vetor $\overrightarrow{v} = (1, 2, -1)$ e os pontos $A = (1, 2, 1)$, $B = (2, 1, 0)$ e $C = (0, 1, -2)$ de $\mathbb{R}^3$.

a) Determine, se possível, vetores unitários $\overrightarrow{w}$ e $\overrightarrow{u}$ paralelos ao vetor $\overrightarrow{v}$ tais que

$$\overrightarrow{w} \cdot \overrightarrow{u} = -1.$$

Caso não seja possível escreva: IMPOSSÍVEL.

b) Determine EXPLICITAMENTE pontos D_1, D_2 e D_3, diferentes entre si,

$$D_1 \neq D_2 \neq D_3 \neq D_1,$$

tais que os pontos A, B, C, D_i determinem um paralelogramo Δ_i, $i = 1, 2, 3$.

Critério de correção: somente um ponto correto 0.1 pts., dois pontos corretos 0.5 pts., todos os pontos corretos 1.0 pt.

c) Determine as áreas de TODOS os paralelogramos $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ do item anterior.

Critério de correção: todas as áreas corretas 0.5 pts, outros casos nota ZERO.

Respostas:

(a)

(b)

$D_1 =$	$D_2 =$	$D_3 =$

(c)

área$(\Delta_1) =$	área$(\Delta_2) =$	área$(\Delta_3) =$

Questão 2)

Considere o vetor $\overrightarrow{v} = (1,2,3)$ e os pontos $P = (1,2,0)$ e $Q = (2,2,1)$ de $\mathbb{R}^3$. Determine:

a) O vetor $\overrightarrow{w}$ projeção ortogonal do vetor $\overrightarrow{a} = (1,0,2)$ sobre o vetor $\overrightarrow{v}$.

b) O valor de α para que a projeção ortogonal do vetor $(\alpha,1,0)$ no vetor $\overrightarrow{v}$ seja o vetor $(2,4,6) = 2\,\overrightarrow{v}$.

c) Um ponto B da reta

$$r\colon (1+t, 2-t, 2\,t), \quad t \in \mathbb{R}$$

tal que a área do triângulo Δ de vértices P, Q e B seja 2.

Respostas:

(a)

$\boxed{\overrightarrow{w} = \qquad\qquad\qquad\qquad}$

(b)

$\boxed{\alpha = \qquad\qquad\qquad}$

(c)

$\boxed{B = \qquad\qquad\qquad}$

Questão 3)

Considere as retas r_1 e r_2 de $\mathbb{R}^3$ cujas equações paramétricas são

$$r_1\colon (1+t, 2\,t, 1-2\,t), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$r_2\colon (-3+2\,t, 7-t, 3-2\,t), \quad t \in \mathbb{R},$$

e as reta r_3 de equação cartesiana

$$r_3\colon \begin{cases} x+y+z=3 \\ x-2\,y+2\,z=1. \end{cases}$$

Determine:

a) O ponto P de interseção das retas r_1 e r_2.

b) A equação cartesiana do plano ϱ que contém as retas r_1 e r_2.

c) Equações paramétricas da reta r_3.

Respostas:

(a)

$P =$

(b)

$\pi:$

(c)

$r_3:$

Questão 4)

Considere o plano ρ cuja equação cartesiana é

$$\rho\colon x + 2\,y + 3\,z = 6,$$

os pontos $A = (1, 1, 1), B = (0, 0, 2) \in \rho$, e a reta r de equação paramétrica

$$r\colon (1 + t, 2\,t, 1 - 2\,t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Determine:

a) O ponto D de interseção da reta r e o plano ρ.

b) Um ponto C do plano ρ tal que os pontos A, B e C formam um triângulo retângulo isósceles cujos catetos são AB e AC.

Respostas:

(a)

$$\boxed{D = \qquad\qquad\qquad\qquad}$$

(b)

$$\boxed{C = \qquad\qquad\qquad\qquad}$$