Duração: 1 hora 50 minutos

P1 de Álgebra Linear I – 2006.1

Data: 3 de abril de 2006

Nome:____ Matrícula:____________

Assinatura:______________________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	1.5		
1b	1.0		
2a	1.0		
2b	1.5		
2c	1.0		
2d	1.0		
3a	1.5		
3b	1.0		
3c	1.0		
Total	10.5		

Instruções

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear o caderno de prova.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- **Respostas a caneta**. Escreva de forma clara e legível.
- Justifique de forma clara, ordenada e completa suas respostas. Respostas sem justificativas não serão consideradas.

1)

a) Considere a reta r de equação paramétrica

$$r = (1+t, 2-t, 1+t), \quad t \in \mathbb{R},$$

e os planos π_1, π_2 e π_3 cujas equações cartesianas são

$$\pi_1 \colon x + 2\,y + a\,z = b, \quad \pi_2 \colon x - 2\,y + c\,z = d, \quad \pi_3 \colon x + y + f\,z = g.$$

Determine **a**,**b**,**c**,**d**,**f** e **g** para que a interseção dos planos π_1, π_2 e π_3 seja a reta r.

b) Considere os planos ρ_1, ρ_2 e ρ_3 cujas equações cartesianas são

$$\rho_1 \colon x + y + z = 1, \quad \rho_2 \colon x + 2\,y + 3\,z = 1, \quad \rho_3 \colon x + 3\,y + \alpha\,z = \beta.$$

Determine, explicitamente, valores de α e β para que a interseção dos planos ρ_1, ρ_2 e ρ_3 seja uma reta.

Resposta:

2) Considere a reta

$$r = (1 + t, 1 - t, 2\,t), \quad t \in \mathbb{R},$$

e o ponto

$$Q = (1, 0, 2).$$

(a) Escreva a reta r como a interseção de dois planos π e ρ (escritos na forma cartesiana) tais que π é paralelo ao eixo $\mathbb{Y}$ (isto é, o vetor normal do plano π é ortogonal ao vetor $\mathbf{j}$) e ρ é paralelo ao eixo $\mathbb{Z}$ (isto é, o vetor normal do plano ρ é ortogonal ao vetor $\mathbf{k}$).

(b) Determine as equações cartesianas e paramétricas do plano τ que contém a reta r e o ponto Q.

(c) Determine a distância do ponto Q à reta r.

(d) Determine um ponto M da reta r tal que os pontos $P = (1, 1, 0)$, Q e M formem um triângulo retângulo cuja hipotenusa é o segmento PQ. (Observe que P está na reta r).

Resposta:

3)

(a) Considere as retas

$$r_1 = (5 + 2\,t, -1 - t, 2), \quad t \in \mathbb{R}$$

e

$$r_2 = (4 - t, -5 + 2\,t, -1 + t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Estude se as retas r_1 e r_2 se interceptam ou são reversas. Caso se interceptem, determine o ponto de interseção. Caso sejam reversas, determine a distância entre as duas retas.

(b) Considere as retas

$$s_1 = (1 + c\,t, d + t, 6 + 3\,t), \quad t \in \mathbb{R}$$

e

$$s_2 = (t, a + 2\,t, 1 + b\,t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Determine <u>explicitamente</u> valores de **a**, **b**, **c** e **d**, para que as retas se interceptem no ponto $(1, 4, 3)$.

(c) Considere as retas

$$\ell_1 = (1 + t, 1 - t, 1 + t), \quad t \in \mathbb{R}$$

e

$$\ell_2 = (1 + 2\,t, 1 + t, 1 - t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Determine <u>todos</u> os pontos da reta ℓ_2 cuja distância à reta ℓ_1 é $2\sqrt{6}$.

Resposta: