P1 de Álgebra Linear I – 2004.1

Data: 30 de março de 2004.

Nome:____ Matrícula:____________

Assinatura:______________________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Nota	Revis.
1	2.5		
2a	1.0		
2b	1.0		
3a	0.5		
3b	0.5		
3c	0.5		
3d	0.5		
3e	0.5		
3f	0.5		
3g	0.5		
4a	1.0		
4b	1.0		
Total	10.0		

Instruções:

- **Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado. Escreva de forma clara e legível.**
- **É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando ou rasuradas terá nota zero.**
- **Nas questões 2, 3 e 4 justifique cuidadosamente todas as respostas de forma completa, ordenada e coerente.**
- **Faça a prova na sua turma.**

Marque no quadro as respostas da primeira questão. Não é necessário justificar esta questão.

ATENÇÃ0: resposta errada vale ponto negativo!, a questão pode ter nota negativa!

1) Decida se cada afirmação a seguir é verdadeira ou falsa e marque **com caneta** sua resposta no quadro abaixo.

Atenção: responda **todos** os itens, use "**N** = não sei" caso você não saiba a resposta. Cada resposta certa vale 0.3, cada resposta errada vale -0.2, cada resposta **N** vale 0.

Respostas confusas e ou rasuradas valerão -0.2.

Itens	**V**	**F**	**N**
1.a			
1.b			
1.c			
1.d			
1.e			
1.f			
1.g			
1.h			
1.i			

1.a) Considere vetores não nulos u_1, u_2 e u_3 de $\mathbb{R}^3$ tais que

$$u_1 \times u_2 = \bar{0} = u_1 \times u_3.$$

Então os vetores u_2 e u_3 são paralelos.

1.b) Considere os vetores $(1,1,1)$ e $(a,-1,a)$. Suponha que

$$(1,1,1) \times (a,-1,a) = (0,0,0).$$

Então $a = -1$.

1.c) Considere vetores u_1, u_2 e u_3 de $\mathbb{R}^3$ tais que

$$u_1 \times (u_2 \times u_3) = \bar{0}.$$

Então os vetores u_1, u_2 e u_3 são coplanares.

1.d) Considere os pontos $A = (1,1,1)$ e $B = (1,2,3)$ e qualquer ponto C na reta $(1,3,4) + t(0,1,2)$. A área do triângulo de vértices A, B e C é $1/2$.

1.e) Sejam u e w dois vetores não nulos de $\mathbb{R}^3$, então

$$u \times (w \times u) = \bar{0}.$$

1.f) Considere os planos

$$\begin{aligned}\pi_1 &: a_1x + b_1y + c_1z = d_1,\\ \pi_2 &: a_2x + b_2y + c_2z = d_2,\\ \pi_3 &: a_3x + b_3y + c_3z = d_3\end{aligned}$$

e seus vetores normais

$$n_1 = (a_1, b_1, c_1), \quad n_2 = (a_2, b_2, c_2), \quad n_3 = (a_3, b_3, c_3).$$

Se

$$n_1 \cdot (n_2 \times n_3) = 0$$

então os planos se interceptam ao longo de uma reta.

1.g) Considere dois vetores unitários w e v de $\mathbb{R}^3$ tais que $w \cdot v = 0$. Então o vetor $w \times v$ é unitário.

1.h) Considere vetores y, v e w de $\mathbb{R}^3$. Então

$$(y + 2\,v) \cdot (w \times v) = y \cdot (w \times v).$$

1.i) Considere dois vetores não nulos e não paralelos u e w de $\mathbb{R}^2$. Seja h a projeção ortogonal de u em w. Então

$$(h - u) \cdot w = 0.$$

2) Considere os vetores

$$v_1 = (1, 2, 3), \qquad v_2 = (-1, 0, 1).$$

2.a) Determine os valores de **a** para que os vetores v_1, v_2 e

$$v_3 = (1, 1, a)$$

sejam coplanares.

2.b) Determine os valores de **b** para que o paralelepípedo de vértices

$$(0, 0, 0), \quad (1, 2, 3), \quad (-1, 0, 1), \quad (1, 1, b)$$

tenha volume igual a 1.

3) Considere o ponto $P = (0, 0, 1)$ e a reta r de equações cartesianas

$$r\colon x - y - z = 1, \quad x + y + z = 0.$$

3.a) Determine um vetor diretor da reta r.

3.b) Determine uma equação paramétrica da reta r.

3.c) Determine a equação cartesiana do plano π perpendicular à reta r que contém o ponto P.

3.d) Calcule a distância entre o ponto P e a reta r.

3.e) Determine equações cartesianas da reta s paralela à reta r que contém o ponto $Q = (1, 1, 1)$.

3.f) Calcule a distância entre o ponto $P = (0, 0, 1)$ e o plano $x+y+z = 0$.

3.g) Encontre um plano ρ contendo a origem $(0, 0, 0)$ tal que a distância entre o ponto $P = (0, 0, 1)$ e o plano ρ seja igual a distância entre P e a origem.

4) Considere os pontos de $\mathbb{R}^3$

$$P_1 = (1, 0, 0), \quad P_2 = (1, 1, 1), \quad P_3 = (2, 1, 2).$$

4.a) Determine os vértices dos três paralelogramos que têm como vértices comuns os pontos P_1, P_2 e P_3.

4.b) Mostre que todos os paralelogramos do item (4.a) têm a mesma área e ache o valor da mesma.