P1 de Álgebra Linear I – 2003.1

Questão	Valor	Nota	Revis.
1	3.0		
2a	0.5		
2b	0.5		
2c	0.5		
2d	0.5		
2e	0.5		
3a	0.5		
3b	0.5		
3c	0.5		
3d	0.5		
3e	0.5		
3f	0.5		
4a	0.5		
4b	1.0		
Total	10.0		

Marque no quadro as respostas da primeira questão. Não é necessário justificar esta questão.

ATENÇÃ0: resposta errada vale ponto negativo!, a questão pode ter nota negativa!

1) Decida se cada afirmação a seguir é verdadeira ou falsa e marque **com caneta** sua resposta no quadro abaixo. **Atenção:** responda **todos** os itens, use "N= não sei" caso você não saiba a resposta. Cada resposta certa vale 0.3, cada resposta errada vale -0.2, cada resposta **N** vale 0. Respostas confusas e ou rasuradas valerão -0.2.

Itens	**V**	**F**	**N**
1.a			
1.b			
1.c			
1.d			
1.e			
1.f			
1.g			
1.h			
1.i			
1.j			

1.a) Existem vetores não nulos $\bar{u}$ e $\bar{w}$ de $\mathbb{R}^3$ tais que $\bar{u} \cdot \bar{w} = 0$ e $\bar{u} \times \bar{w} = \bar{0}$.

1.b) Existe $a \in \mathbb{R}$ tal que $(1, 2, 2) \times (a, 1, a) = (0, 0, 0)$.

1.c) Considere os vetores $\bar{u}$ e $\bar{w}$ na Figura 1. Então $\bar{u} \cdot \bar{w} < 0$.

1.d) A distância entre duas retas contidas no mesmo plano é zero.

1.e) Considere dois vetores $\bar{w}$ e $\bar{v}$ de $\mathbb{R}^3$ tais que $w \times v = \bar{0}$. Então

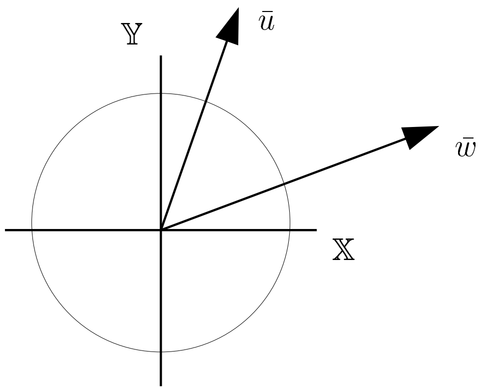

Figura 1: Questão 1.c

$w \cdot v = |w|\,|v|$.

1.f) Considere os planos de equações cartesianas

$$\begin{aligned}\pi_1 &: a_1x + b_1y + c_1z = d_1,\\ \pi_2 &: a_2x + b_2y + c_2z = d_2,\\ \pi_3 &: a_3x + b_3y + c_3z = d_3.\end{aligned}$$

Suponha que

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0.$$

Então os planos π_1, π_2 e π_3 se interceptam ao longo de uma reta.

1.g) Considere vetores $\bar{v}$ e $\bar{w}$ de $\mathbb{R}^3$. Então

$$\bar{v} \times (\bar{v} \times \bar{w}) = (\bar{v} \times \bar{v}) \times \bar{w} = \bar{0} \times \bar{w} = \bar{0}.$$

1.h) Os pontos $A = (2,2,2)$, $B = (0,4,2)$ e $C = (1,2,1)$ formam um triângulo retângulo.

1.i) Os pontos $A = (1,1,1)$, $B = (2,3,2)$ e $C = (3,2,2)$ formam um triângulo equilátero.

1.j) Considere o plano ρ de equações paramétricas

$$x = 1 + t - s, \quad y = 1 - t + s, \quad z = -1 + 2t + s,$$

Então $x - y - 2\,z = 2$ é uma equação cartesiana de ρ.

2) Considere os pontos $A = (1, 0, 1)$, $B = (0, 2, 2)$ e $C = (2, 1, 2)$.

a) Determine a área do triângulo T de vértices A, B e C.

b) Determine um vetor normal ao plano π que contém os pontos A, B e C.

c) Determine equações paramétricas do plano π.

d) Determine uma equação cartesiana do plano π.

e) Determine um ponto D tal que os pontos A, B, C e D formem um paralelogramo P.

3) Considere as retas r_1 de equações paramétricas

$$x = 1 + t, \quad y = 1 + 2t, \quad z = 1 + 2t, \quad t \in \mathbb{R}$$

e r_2 cujas equações cartesianas são

$$y - z = 0, \quad 2\,x - y = 2.$$

a) Determine equações cartesianas da reta r_1.

b) Determine as equações paramétricas de r_2.

c) Determine a equação cartesiana do plano ρ que contém o ponto $Q = (1, 0, 0)$ e é ortogonal à reta r_1.

d) Calcule a distância entre as retas r_1 e r_2.

e) Determine, se possível, um ponto P da reta r_2 tal que a distância entre P e r_1 seja $1/3$.

f) Considere os pontos $A = (1, 1, 1) \in r_1$ e $B = (2, 2, 2) \in r_2$. Determine um ponto C de r_1 tal que o triângulo de vértices A, B, C seja retângulo.

4) Considere as retas r_1 e r_2 de equações paramétricas

$$r_1 = (1 + t, 1 + t, 1 + t), \quad t \in \mathbb{R}, \qquad r_2 = (1 - t, 2\,t, 1 + 2\,t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Determine a posição relativa das retas r_1 e r_2 (paralelas, concorrentes, reversas).

b) Caso as retas sejam reversas calcule sua distância. Se são concorrentes seu ponto de interseção, e se são paralelas o plano que contém as duas retas.

(**Atenção:** não deixe de justificar sua escolha!)