

## Prova tipo C

### P4 de Álgebra Linear I – 2003.2 Gabarito

1) Considere o ponto  $P = (2, 0, 1)$ , a reta  $r$  de equação paramétrica

$$r: (2 - t, 1 + 3t, 1 + t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Escreva  $r$  como interseção de dois planos (equação cartesiana)  $\rho$  e  $\alpha$ ,  $\rho$  paralelo ao eixo  $\mathbb{X}$  e  $\alpha$  paralelo ao eixo  $\mathbb{Y}$ .

b) Determine a equação cartesiana do plano  $\tau$  que contém a reta  $r$  e o ponto  $P$ .

c) Encontre, caso exista, o ponto  $R$  de interseção da reta  $r$  acima e da reta

$$r': (2 + t, 3 - t, 1 - t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Caso o ponto não exista escreva *as retas são reversas*.

d) Calcule a distância  $d$  entre o ponto  $P$  e a reta  $r$ .

---

#### Respostas:

a)  $\rho: y - 3z = -2$ ,  $\alpha: x + z = 3$ .

b)  $\tau: x + z = 3$ .

c)  $R = (1, 4, 2)$ .

d)  $d = \sqrt{2}/\sqrt{11}$ .

2) Considere a base  $\beta = \{u_1 = (0, 1, 1); u_2 = (1, 1, 1); u_3 = (1, 1, 0)\}$  de  $\mathbb{R}^3$  e a transformação linear  $T, T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , definida como segue: dado um vetor  $w$  da forma  $w = a u_1 + b u_2 + c u_3$  temos  $T(w) = (a + 2b + 3c) u_3$ .

- a) Determine (explicitamente) a matriz  $[T]_\beta$  de  $T$  na base  $\beta$ .
- b) Determine (explicitamente) a matriz  $[T]_\epsilon$  de  $T$  na base canônica.
- c) Determine (explicitamente) a matriz  $[M]$  de mudança de base da base  $\beta$  à base canônica.
- d) Considere agora o plano  $\pi: 2x - y - z = 0$  e a base  $\xi$  do plano  $\pi$ ,  $\xi = \{(2, 1, 1); (0, 1, 1)\}$ . Determine as coordenadas  $(w)_\xi$  do vetor  $w = (4, 4, 4)$  na base  $\xi$ .

---

**Respostas:**

a)

$$[T]_\beta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

b)

$$[T]_\epsilon = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

c)

$$[M] = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

d)  $(w)_\xi = (2, 2)$ .

3) Considere a projeção  $P$  no plano  $\pi$

$$\pi: x + y - 2z = 0$$

na direção do vetor  $v$

$$v = (1, -1, 1).$$

a) Determine a matriz  $[P]$  da projeção  $P$  na base canônica.

b) Encontre uma base  $\beta$  de  $\mathbb{R}^3$  tal que a matriz  $[P]_\beta$  na base  $\beta$  seja

$$[P]_\beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

---

Respostas:

a)

$$[P] = \begin{pmatrix} 3/2 & 1/2 & -1 \\ -1/2 & 1/2 & 1 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \end{pmatrix}$$

b)  $\beta = \{(1, -1, 0); (1, -1, 1); (2, 0, 1)\}$

4) Considere a matriz

$$M = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ a & 2 & 0 \\ 0 & 0 & b \end{pmatrix}.$$

Escolha qual das afirmações a seguir é verdadeira para que a matriz  $M$  não seja diagonalizável.

$b = 2$ e $a = 1$	
$b = 3$ e $a = 1$	
$b = 2$ e $a = 2$	
$b = 0$ e $a$ qualquer número real	
nenhuma, $M$ é sempre diagonalizável	x
todas as afirmações anteriores são falsas	
não sei	

