P1 de Álgebra Linear I – 2003.2

Data: 15 de setembro de 2003.

Gabarito Prova Tipo A

1)

Itens	**V**	**F**	**N**
1.a		x	
1.b	x		
1.c	x		
1.d	x		
1.e		x	
1.f		x	
1.g	x		
1.h		x	
1.i		x	
1.j	x		

2) Considere o plano de equação cartesiana

$$\pi\colon x - y - z = 1$$

e os pontos $A = (2, 1, 0)$ e $B = (1, 0, 0)$ do plano π.

a) Determine o vetor $\overline{AB}$.

b) Determine um vetor w paralelo ao plano π e ortogonal ao vetor $\overline{AB}$.

c) Determine um vetor u paralelo a w e de mesmo módulo que o vetor $\overline{AB}$.

d) Determine as coordenadas de pontos C e D tais que A, B, C, e D são os vértices de um quadrado contido no plano π.

Respostas:

a) $\overline{AB} = (-1, -1, 0)$.

b) $w = (1, -1, 2)$

c) $u = (1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}, 2/\sqrt{3})$.

d) $C = (2 + 1/\sqrt{3}, 1 - 1/\sqrt{3}, 2/\sqrt{3})$, $\qquad D = (1 + 1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3}, 2/\sqrt{3})$

3) Considere a reta r_1 de equações paramétricas

$$r_1\colon (2t, 1 + t, -1 - t) \quad t \in \mathbb{R}$$

e a reta r_2 de equações cartesianas

$$x + 2y - 2z = 1, \quad x - y = 2.$$

a) Escreva a reta r_1 como interseção de dois planos π e ρ (escritos em equações cartesianas) tais que π seja paralelo ao eixo $\mathbb{X}$ e ρ seja paralelo ao eixo $\mathbb{Z}$.

b) Determine uma equação paramétrica da reta r_2.

c) Determine a posição relativa das retas r_1 e r_2 (reversas, paralelas ou se interceptam).

d) Calcule a distância d entre as retas r_1 e r_2.

Respostas:

a) $\pi : y + z = 0$, $\qquad \rho\colon x - 2y = -2$.

b) $r_2\colon (2 + 2t, 2t, 1/2 + 3t)$, $\quad t \in \mathbb{R}$.

c) reversas

d) $21/\sqrt{93} = (7\sqrt{3})/\sqrt{31}$.

4) Considere os pontos $A = (1, 1, -1)$ e $B = (2, 0, 1)$.

a) Determine uma equação paramétrica da reta r determinada pelos pontos A e B.

b) Determine o ponto médio M do segmento AB.

c) Determine a equação cartesiana do plano π cujos pontos são todos equidistantes de A e B.

d) Considere o ponto $C = (17, 23, 19)$. Determine explicitamente um ponto D a distância 17 de C.

e) Considere o plano $\rho\colon x + y + z = 0$. Determine a equação cartesiana de um plano τ a distância 2 de ρ.

Respostas:

a) $r\colon (2 + t, -t, 1 + 2t), \quad t \in \mathbb{R}$.

b) $M = (3/2, 1/2, 0)$.

c) $\pi\colon x - y + 2z = 1$

d) os seis pontos mais simples são $D = (34, 23, 19)$, $D = (0, 23, 19)$, $D = (17, 6, 19)$, $D = (17, 40, 19)$, $D = (17, 23, 2)$ e $D = (17, 23, 36)$.

e) $\tau\colon x + y + z = \pm 2\sqrt{3}$.