G3 de Álgebra Linear I – 2013.2

29 de novembro de 2013.

Nome:________________________________ Matrícula:__________

Assinatura:____________________________ Turma:__________

Preencha CORRETA e COMPLETAMENTE todos os campos (nome, matrícula, assinatura e turma).

Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO. Provas com os campos matrícula, assinatura e turma não preenchidos ou preenchidos de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.

Duração: 1 hora 50 minutos

Ques.	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**1.d**	**1.e**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**2.d**	**soma**
Valor	1.0	1.5	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	10.0
Nota										

Instruções – leia atentamente

• Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.

• É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.

• O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta**. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!**.

• Escreva de forma clara e legível. Justifique de forma **ordenada** e **cuidadosa** suas respostas. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.* fonte: mini-Aurélio

1) Considere a transformação linear $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ cuja matriz na base canônica é

$$[T]_\varepsilon = \begin{pmatrix} -8 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Sabendo que **todos** os vetores da forma

$$(t, -4t, 7t),\ t \in \mathbb{R},\ t \neq 0$$

são autovetores de T e que $\lambda = 6$ é um autovalor de T:

(a) Determine **todos** os autovalores de T. Determine um autovalor de T^3.

(b) Determine, se possível, uma base ortonormal β de $\mathbb{R}^3$ formada por autovetores de T.

Escreva o vetor $(6, 8, 3)$ (que está escrito na base canônica) na base β.

(c) Determine, se possível, uma matriz B tal que

$$B^t\,[T]_\varepsilon\,B$$

seja uma matriz diagonal.

Determine explicitamente a matriz B^{-1} inversa de B.

(d) Determine se existem bases γ e η de $\mathbb{R}^3$ onde as matrizes de T nessas bases sejam, respectivamente,

$$[T]_\gamma = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -11 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad [T]_\eta = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -12 \end{pmatrix}.$$

(e) Determine se existe uma base α de $\mathbb{R}^3$ onde a matriz de T nessa base seja

$$[T]_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & -11 \end{pmatrix}.$$

Em caso afirmativo, determine dois vetores da base α.

Resposta:

2) Seja $P : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ a transformação linear cuja matriz na base canônica é:

$$[P]_\varepsilon = \begin{pmatrix} a & b & c \\ \\ d & \dfrac{1}{3} & e \\ \\ f & \dfrac{1}{3} & \dfrac{1}{3} \end{pmatrix}, \quad \text{onde} \quad a, b, c, d, e, f \in \mathbb{R}.$$

(a) Sabendo que P é uma uma projeção ortogonal em uma reta r, determine a, b, c, d, e e f.

(b) Determine uma equação paramétrica da reta r do item anterior.

(c) Determine explicitamente **todas** as formas diagonais da transformação linear P.

(d) Determine explicitamente as matrizes:

$$[P]^{1000} + [P]^{1002} \qquad \text{e} \qquad [P]^{1005} - [P]^{1001}.$$

Resposta: