G2 de Álgebra Linear I – 2007.2

Data: 10 de outubro de 2007.

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	1.0		
1b	1.0		
1c	1.0		
1d	1.0		
2a	1.5		
2b	0.5		
2c	1.0		
2d	1.0		
3a	1.5		
3b	0.5		
Total	10.0		

---

1) Considere os vetores de $\mathbb{R}^3$

$$v_1 = (1, 2, 1), \quad v_2 = (1, -1, 2), \quad v_3 = (0, 3, -1).$$

(a) Determine a equação cartesiana do subespaço $\mathbb{W}$ de $\mathbb{R}^3$ gerado pelos vetores v_1, v_2 e v_3.

(b) Determine uma base γ do subespaço $\mathbb{W}$ formada com vetores do conjunto $\{v_1, v_2, v_3\}$ e as coordenadas do vetor $(2, 1, 3)$ na base γ.

(c) Determine uma base $\beta = \{w_1, w_2, w_3\}$ de $\mathbb{R}^3$ tal que os vetores da base sejam unitários,

- w_1 seja paralelo a v_1,
- w_2 esteja no plano gerado por v_1 e v_2 e seja perpendicular a w_1 e
- w_3 seja perpendicular a w_1 e w_2.

(d) Considere o vetor $v_4 = (a, b, c)$. Determine a, b e c para que

$$\alpha = \{v_1, v_2, v_4\}$$

seja uma base de $\mathbb{R}^3$ tal que as coordenadas do vetor $u = (4, 3, 1)$ na base α sejam $(u)_\alpha = (2, 1, 1)$.

---

2) Considere os vetores de $\mathbb{R}^3$.

$$u_1 = (1, 1, 2), \quad u_2 = (2, 0, 1)$$

e a transformação linear

$$T \colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3, \qquad T(v) = (v \cdot u_1)\, u_1 + (v \cdot u_2)\, u_2.$$

(a) Determine a matriz de T na base canônica.

(b) Determine o conjunto de vetores v tais que $T(v) = v$.

(c) Determine a equação cartesiana da imagem de T.

(d) Considere o plano

$$\mathbb{V} \colon x + y + 2\, z = 0.$$

Determine uma base do subespaço $T(\mathbb{V})$, a imagem do plano $\mathbb{V}$ pela transformação linear T.

---

3)

(a) Determine a inversa da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(b) Sejam $B = A^2$ e C a matriz inversa de B, (isto é $C = B^{-1}$). Suponha que

$$C = \begin{pmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & c_{1,3} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & c_{2,3} \\ c_{3,1} & c_{3,2} & c_{3,3} \end{pmatrix}.$$

Determine o coeficiente $c_{1,2}$ da matriz C.

Critério de correção:

item (a) Um erro nos coeficientes da inversa **nota 1.0**, dois erros **nota 0.5**, três ou mais erros **nota zero**.

item (b) Somente serão aceitas respostas totalmente corretas.