Duração: 1 hora 50 minutos

G2 de Álgebra Linear I – 2007.1

Data: 2 de maio de 2007.

Nome:____ Matrícula:___________

Assinatura:____________________________________ Turma:____________

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	1.0		
1b	0.5		
1c	0.5		
1d	1.0		
2a	1.5		
2b	1.0		
2c	0.5		
2d	0.5		
2e	1.0		
3a	1.5		
3b	1.0		
Total	10.0		

Instruções

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear o caderno de prova.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- **Respostas a caneta**. Escreva de forma clara e legível.
- Justifique de forma clara, ordenada e completa suas respostas. Respostas sem justificativas não serão consideradas.

1) Considere o conjunto de vetores

$$W = \{(1,2,1);(1,5,2);(1,-1,0);(3,0,1);(0,3,1);(0,0,0)\}.$$

(a) Determine a equação cartesiana do sub-espaço vetorial $\mathbb{V}$ gerado pelos vetores do conjunto W.

(b) Determine uma base β de $\mathbb{V}$ formada por vetores do conjunto W.

(c) Considere o vetor $v = (3,3,2)$. Determine as coordenadas $(v)_\beta$ do vetor $v = (3,3,2)$ na base β.

(d) Seja $\alpha = \{u_1, u_2, u_3\}$ uma base de $\mathbb{R}^3$. Considere a nova base de $\mathbb{R}^3$

$$\delta = \{u_1 + u_2 + u_3, u_1 + u_2, u_1\}.$$

Sabendo que as coordenadas do vetor w na base α são

$$(w)_\alpha = (1,1,1),$$

determine as coordenadas $(w)_\delta$ do vetor w na base δ.

Resposta:

2) Considere o plano

$$\pi\colon x - y + z = 0$$

e a transformação linear T que verifica

$$T(v) = 2\,v, \quad \text{para todo vetor } v \text{ de } \pi$$

e

$$T(1,1,1) = (1,1,0).$$

(a) Determine a matriz $[T]$ da transformação linear T na base canônica.

(b) Determine a equação cartesiana da imagem de T (denotada $\mathrm{im}(T)$). Lembre que

$$\mathrm{im}(T) = \{u \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que existe } w \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que } T(w) = u\}.$$

(c) Determine o conjunto de <u>todos</u> os vetores v de $\mathbb{R}^3$ que verificam

$$T(v) = (1,0,-1).$$

(d) Determine se existe algum vetor v de $\mathbb{R}^3$ que verifique

$$T(v) = (1,1,1).$$

(e) Determine explicitamente a matriz (na base canônica) de uma transformação linear

$$S\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$$

cuja imagem seja o plano $x + 2y + z = 0$.

Resposta:

3)

(a) Determine a inversa da matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

(b) Considere agora as matrizes

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

Determine explicitamente uma matriz C tal que

$$C\,B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix},$$

Critério de correção: no item (a) um erro nota 0.5; dois ou mais erros nota 0, no item (b) somente serão aceitas respostas totalmente corretas.

Resposta: