P2 de Álgebra Linear I – 2010.2

Data: 6 de Outubro de 2010.

Nome:__________________________________ **Matrícula:**______

Assinatura:_____________________________ **Turma:**________

Preencha CORRETA e COMPLETAMENTE todos os campos (nome, matrícula, assinatura e turma).

Provas sem nome não serão corrigidas e terão nota ZERO.

Provas com os campos matrícula, assinatura e turma não preenchidos ou preenchidos de forma errada serão penalizadas com a perda de 1 ponto por campo.

Duração: 1 hora 50 minutos

Q	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**2.a**	**2.b**	**2.c**	**2.d**	**3.a**	**3.b**	**3.c**	**soma**
V	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.5	1.0	0.5	10.0
N											

Instruções – leia atentamente

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- Escreva de forma clara, ordenada e legível.
- Justifique de forma **ordenada**, **cuidadosa** e **completa** suas respostas. Respostas sem justificativa não serão consideradas.

Questão 1) Considere as retas r_1 e r_2 de $\mathbb{R}^3$ cujas equações paramétricas são

$$r_1\colon (1+t, 1+2\,t, 1), \quad t \in \mathbb{R},$$

$$r_2\colon (a+2\,t, 1, 1+t), \quad t \in \mathbb{R},$$

e os planos

$$\pi\colon 2\,x+y+2\,z=1, \qquad \tau\colon 2\,x+y+2\,z=3.$$

a) Determine <u>**todos**</u> os valores de a para que a distância entre as retas r_1 e r_2 seja 1.

b) Determine um ponto P que seja equidistante de π e τ, isto é, tal que a distância entre P e π e entre P e τ sejam iguais.

c) Determine um plano η tal que a distância entre η e π seja 3.

Resposta:

Questão 2) Considere a base de $\mathbb{R}^3$

$$\beta = \{v_1, v_2, v_3\}$$

e os vetores

$$w_1 = v_1 + v_2 + v_3, \quad w_2 = v_1 + v_3, \quad \text{e} \quad w_3 = v_2 + v_3.$$

a) Comprove que $\gamma = \{w_1, w_2, w_3\}$ é uma base de $\mathbb{R}^3$.

b) Sabendo que as coordenadas do vetor u na base β são

$$(u)_\beta = (1, 1, 1),$$

determine as coordenadas de u na base γ.

c) Sabendo que as coordenadas do vetor n na base γ são

$$(n)_\gamma = (1, 1, 1),$$

determine as coordenadas de n na base β.

d) Considere o subespaço vetorial $\mathbb{W}$ de $\mathbb{R}^3$ gerado pelos vetores

$$u_1 = (1, -1, 0),\ u_2 = (2, 0, 1),\ u_3 = (1, 1, 1),\ u_4 = (0, 2, 1),\ u_5 = (1, 3, 2).$$

Determine uma base α de $\mathbb{W}$ e as coordenadas do vetor $v = (1, 5, 3)$ de $\mathbb{W}$ na base α.

+

Resposta:

Questão 3) Considere a base de $\mathbb{R}^3$

$$\beta = \{u_1 = (1,0,1),\, u_2 = (1,1,1),\, u_3 = (0,2,1)\}$$

e a transformação linear $T\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ que verifica

$$T(u_1) = (0,0,0), \quad T(u_2) = (2,1,3), \quad T(u_3) = (2,1,3).$$

a) Determine a forma geral de T, isto é, determine $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$, tais que

$$T(x,y,z) = \big(a_1\,x + a_2\,y + a_3\,z,\; b_1\,x + b_2\,y + b_3\,z,\; c_1\,x + c_2\,y + c_3\,z\big).$$

b) Determine uma base δ do espaço imagem de T. Lembre que o espaço imagem de T é definido como

$$\operatorname{im}(T) = \{w \text{ tal que existe } v \in \mathbb{R}^3 \text{ tal que } w = T(v)\}.$$

c) Determine, se possível, dois vetores u e v de $\mathbb{R}^3$ não paralelos e diferentes de $\bar{0}$ tais que $T(u) = T(v) = \bar{0}$.

Resposta: