06/04/2013

1. (2,0) Seja A =

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 6 & 9 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Circule a melhor resposta:
(a) O espaço coluna de A é

a. um ponto
b. uma reta
c. um plano
d. todo o espaço $\mathbb{R}^3$

Forneça uma curta justificativa á sua resposta.

(b) Verdadeiro ou Falso: o espaço linha de A é um subespaço de $\mathbb{R}^3$.

(c) Circule a melhor resposta:

a. a matriz A tem posto cheio em colunas.
b. a matriz A tem posto cheio em linhas.
c. a matriz A não tem posto cheio nem em linhas nem em colunas.

Forneça uma curta justificativa a sua resposta.

2. (2,0) Encontre a solução completa do problema $Ax = b$, onde b =

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix},$$

e A é a matrix do exercício anterior.

3. (2,0) A é uma matriz que tem duas soluções especiais para $Ax = 0$. Todas as outras soluções são combinações lineares das soluções especiais. As soluções especiais são:

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

(a) Qual é o posto de A? Qual a dimensão do espaço coluna $C(A)$? Qual é a dimensão da nulidade $N(A)$? Explique brevemente os seus três números.

(b) B é uma matriz que foi obtida de A através da seguinte operação de escalonamento: (linha 2 de B) = (linha 2 de A) - (linha 1 de A). Qual a nulidade da matriz B?

(c) C é uma matriz que foi obtida de A através da seguinte operação: (coluna 2 de C = (coluna 2 de A) - (coluna 1 de A). Qual é uma a base para a nulidade de C? *Dica: escreva a matrix C como $C = AM$, onde M é uma matrix que armazena as operações em coluna realizadas na matrix A. Portanto, se y está na nulidade de C, My está na nulidade de A.*

4. (2,0) Seja M_4 o espaço de todas as matrizes 4×4 com entradas reais.

   (a) Verdadeiro ou Falso? As vinte-quatro matrizes de permutação são membros independentes de M_4. Forneça uma curta justificativa.

   (b) Verdadeiro ou falso? As 24 matrizes de permutação geram o espaço de matrizes 4×4.

5. (2,0) Encontre a forma reduzida escalonada (em escada) especial da matriz A abaixo para obter a matriz identidade. Escreva a matrix A^{-1} como um produto de três ou mais matrizes simples de eliminação vindas da eliminação. Multiplique essas matrizes de eliminação para encontrar a matriz inversa.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dica: todo passo de eliminação pode ser descrito da seguinte forma,

$$A \longrightarrow MA,$$

onde M é uma matrix de eliminação ou matriz de permutação.

6. (2,0) Sejam

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

(a) Quais são as colunas pivô e as colunas livres de A?

(b) Quais são as colunas pivô e as colunas livres de A?

(c) Para quais b =

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

o sistema $Ax = b$ admite solução? Descreva o conjunto de todos os vetores b.

(c) Para quais b =

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$$

o sistema $Mx = b$ admite solução? Descreva o conjunto de todos os vetores b.