G1 de Álgebra Linear I – 2013.1

Data: 6 de abril de 2013.

Nome:____ Matrícula:____________
Assinatura:_______________________________________ Turma:______________

Duração: 1 hora 50 minutos

Ques.	**1.a**	**1.b**	**1.c**	**2.a**	**2.b**	**3.a**	**3.b**	**3.c**	**4.a**	**4.b**	**4.c**	**soma**
Valor	1.0	1.0	1.5	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.5	0.5	0.5	10.0
Nota												

Instruções – leia atentamente

• Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.

• É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.

• **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.

• Escreva de forma clara, ordenada e legível.

• O desenvolvimento de cada questão deve estar a seguir **Resposta** no lugar a ele destinado. Desenvolvimentos fora do lugar (p. ex. no meio dos enunciados, nas margens, etc) **não serão corrigidos!!.**

• **Justifique cuidadosamente todas as respostas de forma completa, ordenada e coerente.**

Observação

justificar: *Legitimar. Dar razão a. Provar a boa razão do seu procedimento.*

cuidado: *Atenção, cautela, desvelo, zelo.* **cuidadoso:** *Quem tem ou denota cuidado.*

fonte: mini-Aurélio

1) Observe o triângulo ABC esboçado na figura abaixo de vértices A, B e C. Suponha que:

(i) o vértice B do triângulo pertence às retas de equações paramétricas

$$r : (-6 + 3t, 2t, 3), t \in \mathbb{R} \quad \text{e} \quad s : (3t, -2t, 3), t \in \mathbb{R},$$

(ii) o vértice C do triângulo tem coordenadas $C = (4, -1, 3)$,

(iii) o ponto médio M do segmento AC pertence à reta s e tem coordenadas

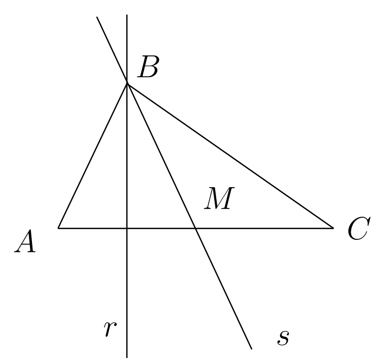
$$M = (6, m_1, m_2), \quad m_1, m_2 \in \mathbb{R}.$$

Determine:

(a) As coordenadas dos vértice A e B.

(b) A área do triângulo ABC.

(c) A equação cartesiana do plano α que contém a reta r e é perpendicular ao plano que contém o triângulo ABC.



Resposta:

2) Considere o sistema linear de equações

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1, \\ x + y + 2z &= 2, \\ x + y + 2z &= 2a, \\ 3x + 3y + 6z &= b. \end{aligned}$$

a) Determine, se possível, valores de a e b para que a solução do sistema seja uma reta. Determine (caso a reta exista) a equação paramétrica da reta solução.

b) Determine, se possível, valores de a e b para que a solução do sistema seja um único ponto.

Resposta:

3) Considere as retas

$$r_1 : \begin{cases} x - 2y = 1, \\ -x + y + z = -1 \end{cases}$$

e

$$r_2 : (t, 2t + 2, 2t - 5), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Considere o plano de equações paramétricas

$$\alpha : (3 + t + 2s, 2s, 1 + t), \quad s, t \in \mathbb{R}.$$

Seja R o ponto de interseção da reta r_1 e do eixo $\mathbb{X}$.

a) Calcule a distância da reta r_1 ao plano α.

b) Determine a equação paramétrica da reta ℓ que passa pelo ponto R e é perpendicular ao plano α.

c) Determine o ponto Q de interseção entre a reta r_2 e o plano α. Determine a equação cartesiana do lugar geométrico L dos pontos X de $\mathbb{R}^3$ que são equidistantes dos pontos Q e R (isto é, $\text{dist}(Q, X) = \text{dist}(R, X)$, onde $\text{dist}(A, B)$ denota a distância entre os pontos A e B).

Resposta:

4) Decida se a afirmações a seguir são verdadeiras ou falsas.

a) Sejam u e v vetores de $\mathbb{R}^3$ perpendiculares e de mesmo módulo, então

$$\| u \times v \| = u \cdot u.$$

b) Seja $\mathrm{proj}_w u$ a projeção ortogonal do vetor u sobre o vetor w. Se u, v e w são vetores unitários tais que

$$\mathrm{proj}_w(u+v) = \mathrm{proj}_w u,$$

então o vetor v é perpendicular ao vetor w.

c) Seja A uma matriz quadrada 3×3 tal que $\det(A) = k \neq 0$. Então

$$\det(2\,A) = 2k.$$

Lembre que $\det(A)$ denota o determinante da matriz A.

Justifique cuidadosamente suas respostas de forma completa, ordenada e coerente.

Resposta: