G1 de Álgebra Linear I – 2008.1

Data: 27 de Março de 2008.

Nome:____________________________________ Matrícula:__________

Assinatura:________________________________ Turma:__________

Duração: 1 hora 50 minutos

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	2.0		
2a	1.0		
2b	0.5		
2c	1.0		
2d	0.5		
3a	1.0		
3b	1.0		
3c	1.0		
3d	1.0		
3e	1.0		
Total	10.0		

Instruções

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear a prova. Prova com folhas faltando terá nota zero.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- Escreva de forma **clara**, **ordenada** e **legível**.
- Nas questões 2 e 3 justifique cuidadosamente suas respostas de forma **completa**, **ordenada** e **coerente**.

Marque no quadro as respostas da primeira questão.
Não é necessário justificar esta questão.

1) Decida se cada afirmação a seguir é verdadeira ou falsa e marque **COM CANETA** sua resposta no quadro a seguir.

Itens	**V**	**F**	**N**
1.a			
1.b			
1.c			
1.d			
1.e			

Atenção: responda **todos** os itens, use ”N= não sei”caso você não saiba a resposta. Cada resposta certa vale 0.4, respostas erradas têm pontuação negativa de acordo com a seguinte tabela progressiva:

Número de respostas erradas	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Pontos negativos	0	0.2	0.8	1.2	1.5

Cada resposta **N** vale 0. Respostas confusas e ou rasuradas serão consideradas erradas.

ATENÇÃO:

Resposta errada vale ponto negativo!
Esta questão pode ter nota negativa!

1.a) Para todos os vetores $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{w}$ e $\overrightarrow{n}$ de $\mathbb{R}^3$ vale a relação

$$\overrightarrow{u} \times (\overrightarrow{n} \times \overrightarrow{w}) = (\overrightarrow{u} \times \overrightarrow{n}) \times \overrightarrow{w}.$$

1.b) Sejam $\overrightarrow{u}$ e $\overrightarrow{w}$ vetores de $\mathbb{R}^3$ de mesmo módulo (norma). Então

$$(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{w}) \cdot (\overrightarrow{u} - \overrightarrow{w}) = 0.$$

1.c) Considere vetores não nulos $\overrightarrow{u}_1$, $\overrightarrow{u}_2$ e $\overrightarrow{u}_3$ de $\mathbb{R}^3$ tais que

$$\overrightarrow{u}_1 \times \overrightarrow{u}_2 = \overrightarrow{u}_1 \times \overrightarrow{u}_3.$$

Então os vetores $\overrightarrow{u}_2$ e $\overrightarrow{u}_3$ são paralelos.

1.d) Considere vetores $\overrightarrow{w}$ e $\overrightarrow{v}$ de $\mathbb{R}^3$ tais que $\overrightarrow{w} \cdot \overrightarrow{v} = 0$ e seus módulos (normas) verificam $|\overrightarrow{w}| = 2$ e $|\overrightarrow{v}| = 3$. Então o módulo (norma) do vetor $\overrightarrow{w} \times \overrightarrow{v}$ é 6.

1.e) Considere os pontos $A = (1, 3, 1)$ e $B = (1, 2, 2)$ e qualquer ponto C na reta

$$(1, 3, 2) + t(0, 1, -1), \quad t \in \mathbb{R}.$$

A área do triângulo de vértices A, B e C é $1/2$.

2)

a) Considere os vetores

$$\overrightarrow{v} = (1,0,1), \quad \overrightarrow{w} = (1,1,-1), \quad \text{e} \quad \overrightarrow{n} = (x,1,z).$$

Determine x e z para que o vetor $\overrightarrow{n}$ tenha módulo (norma) igual a $\sqrt{6}$ e verifique

$$\overrightarrow{n} \times \overrightarrow{v} = \overrightarrow{w}.$$

b) Determine o valor de c para que se verifique a igualdade

$$(1,c,2) \cdot \big((1,0,1) \times (1,1,-1)\big) = 5.$$

c) Considere o ponto $P = (1,2,1)$ e a reta

$$r\colon (1+t, 2+t, 1-2t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

Determine **todos** os pontos Q da reta r tais que o segmento PQ tenha comprimento $2\sqrt{6}$.

d) Determine o ponto Q de interseção da reta r do item anterior e o plano η de equação cartesiana

$$\eta\colon x + 2\,y + z = 2.$$

Resposta:

3) Considere o ponto $P = (2, 1, 1)$ e as retas r_1 e r_2 de equações paramétricas

$$r_1\colon (1 + t, 2\,t, 1 - t), \quad t \in \mathbb{R}, \qquad r_2\colon (4 + t, 2 - 2\,t, t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

a) Determine equações cartesianas da reta r_1.

b) Determine o ponto C de interseção das retas r_1 e r_2.

c) Escreva a reta r_1 como interseção de dois planos (escritos de forma cartesiana) π e ρ, onde o eixo $\mathbb{X}$ é paralelo ao plano π e o eixo $\mathbb{Y}$ é paralelo ao plano ρ.

d) Determine a equação cartesiana do plano β que contém o ponto P e a reta r_1.

e) Determine as equações paramétricas da reta r_3 cujas equações cartesianas são

$$r_3 : \begin{cases} 3\,x - y + 2\,z = 4 \\ x + y - z = 1. \end{cases}$$

Resposta: