Duração: 1 hora 50 minutos

G1 de Álgebra Linear I – 2007.1

Data: 28 de março de 2007.

Nome:______________________________ Matrícula:__________
Assinatura:___________________________ Turma:__________

Questão	Valor	Nota	Revis.
1a	1.0		
1b	1.0		
1c	1.0		
1d	0.5		
2a	1.5		
2b	0.5		
2c	0.5		
2d	1.0		
2e	1.0		
3a	1.0		
3b	1.5		
Total	10.5		

Instruções

- Não é permitido usar calculadora. Mantenha o celular desligado.
- É proibido desgrampear o caderno de prova.
- **Verifique**, **revise** e **confira** cuidadosamente suas respostas.
- **Respostas a caneta**. Escreva de forma clara e legível.
- Justifique de forma clara, ordenada e completa suas respostas. Respostas sem justificativas não serão consideradas.

1) Considere o ponto $P = (2, 1, 1)$ e a reta r de equações paramétricas

$$r = (1 + t, 1 - t, 2 + t), \quad t \in \mathbb{R}.$$

(a) Determine a equação cartesiana do plano π que contém a reta r e o ponto P.

(b) Determine o plano ϱ perpendicular à reta r que contém o ponto P.

(c) Determine o ponto M da reta r mais próximo de P e a distância entre o ponto P e a reta r.

(d) Determine um plano τ tal que a interseção de τ e o plano π do item (a) seja exatamente a reta r.

Resposta:

2) Considere

- o plano η: $x + y + z = 1$,
- os pontos $A = (1, 0, 0)$ e $B = (0, 0, 1)$ do plano η, e
- a reta $s = (t, 1 + 2\,t, 1 - 3\,t), \quad t \in \mathbb{R}$.

(a) Determine um ponto C do plano η tal que os pontos A, B e C determinem um triângulo retângulo Δ de área $\sqrt{6}$ e os segmentos AB e AC sejam os catetos de Δ.

(b) Determine um ponto N do plano η que equidiste de A e B, isto é, $|\overline{AN}| = |\overline{BN}|$.

(c) Determine um ponto T que equidiste de A e B e que **não pertença** ao plano η.

(d) Calcule a distância entre a reta s e o plano η.

(e) Considere os planos

$$\eta : x + y + z = 1, \qquad \rho : x + 2\,y + b\,z = 2, \qquad \beta : 2\,x + y + z = c.$$

Determine **b** e **c** para que a interseção dos três planos η, ρ e β seja uma reta.

Resposta:

3) Considere as retas

$$\begin{aligned} r &= (1+t, 1-t, 2+t), \quad t \in \mathbb{R}, \\ s &= (t, 1+2\,t, 1-3\,t), \quad t \in \mathbb{R}, \\ \ell &= (t, -t, t), \quad t \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

a) Determine a posição relativa das retas r e s. Se as retas forem concorrentes determine o ponto de interseção. Se as retas forem reversas calcule a distância entre elas.

b) Observe que a reta ℓ é paralela a r. Considere os pontos $E = (1,1,2)$ e $F = (2,0,3)$ de r.

Considere agora os pontos da reta ℓ

$$P_0 = (0,0,0), \quad P_1 = (1,-1,1),$$

$$P_{21} = (21,-21,21), \quad P_{333} = (333,-333,333),$$

$$P_{4444} = (4444,-4444,4444), \quad P_{77} = (77,-77,77).$$

Para cada

$$i = 0, 1, 21, 333, 4444 \text{ e } 77$$

considere o triângulo Δ_i de vértices E, F e P_i.

Determine as áreas dos triangulos Δ_0, Δ_1, Δ_{21}, Δ_{333}, Δ_{4444} e Δ_{77}.

Resposta: